

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΠΑ.Λ.

8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία

A2. α) Λ β) Σ γ) Σ

A3. α) $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$

β) $(\sin x)' = \cos x$

γ) $\bar{x} = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots + w_v \cdot x_v}{v}$

ΘΕΜΑ Β

B1. Είναι $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 2)}{x - 1} = x + 2$

Άρα $\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 1 + 2 = 3$.

B2. Για $\kappa = 3$ οι βαθμοί του φοιτητή έχουν τις τιμές:
4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4, οπότε η μέση τιμή είναι:

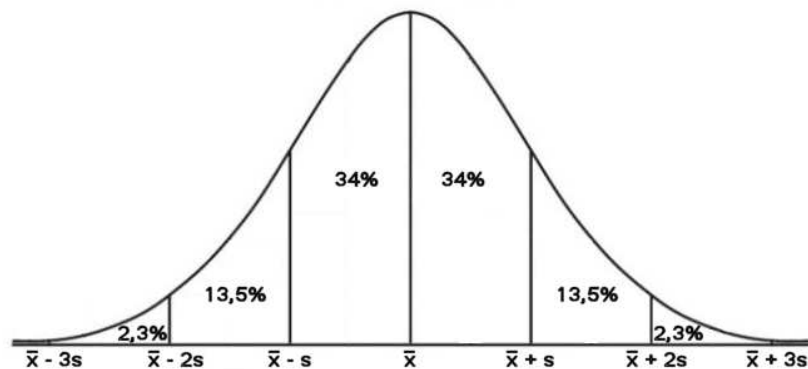
$$\bar{x} = \frac{4 + 3 + 5 + 6 + 7 + 4 + 6 + 5 + 6 + 4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

B3.

$$s^2 = \frac{1}{10} \left[(3 - 5)^2 + 3(4 - 5)^2 + 2(5 - 5)^2 + 3(6 - 5)^2 + (7 - 5)^2 \right] =$$
$$\frac{1}{10} [4 + 3 + 3 + 4] = \frac{14}{10} = 1,4.$$

B4. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{1,4}}{5} = \frac{1,18}{5} = 0,236$.

ΘΕΜΑ Γ



- Γ1.** Επειδή το 50% των εργαζομένων αντιστοιχεί στη μέση τιμή \bar{x} προκύπτει ότι $\bar{x} = 40$.
- Γ2.** Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα, είναι: $\bar{x} - s = 35$ και επειδή $\bar{x} = 40$ έχουμε $40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$.
- Γ3.** Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα οι εργαζόμενοι που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών αντιστοιχούν σε ποσοστό 16% του πλήθους των εργαζομένων οπότε θα είναι $\frac{16 \cdot 400}{100} = 64$ εργαζόμενοι
- Γ4.** Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα οι εργαζόμενοι που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 30 και μικρότερη των 45 ετών, αντιστοιχεί σε ποσοστό 81,5%, οπότε θα είναι: $\frac{81,5 \cdot 400}{100} = 326$ εργαζόμενοι




ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $f'(x) = \frac{1}{3}(x^3)' + 2(x^2)' - 3(x)' + (1)' =$

$$\equiv \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2 \cdot 2x - 3 = -x^2 + 4x - 3$$

$$= -(x^2 - 4x + 3) = -(x-1)(x-3).$$

Προκύπτει έτσι ο επόμενος πίνακας μεταβολής:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
f'	-	0	+	0	-
f		τ.ελ.		τ.μεγ.	

Δηλαδή η f είναι γνησίως φθίνουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, 3]$.

Δ2. Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x = 1$ με τιμή $f(1) = -\frac{1}{3}$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x = 3$ με τιμή $f(3) = 1$.

Δ3. Το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης είναι παράλληλη με την ευθεία $y = x + 2017$ προκύπτει από τη λύση της εξίσωσης

$$f'(x) = 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -(x^2 - 4x + 4) = 0 \Leftrightarrow -(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Δ4. Για τη δεύτερη παράγωγο της f είναι

$$f''(x) = (-x^2 + 4x - 3)' = (-x^2)' + (4x)' + (-3)' = -2x + 4.$$

Μεταξύ των τεταγμένων x και των τεταγμένων y υφίσταται η σχέση

$$y = f''(x) \Leftrightarrow y = -2x + 4.$$

Έτσι για τις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις ισχύει

$$s_y = |-2|s_x \Leftrightarrow s_y = 2 \cdot 3 \Leftrightarrow s_y = 6.$$