

## ΘΕΜΑ Α

## ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες ( $h$ ):

- α.  $1h$                       β.  $12h$                       γ.  $24h$                       δ.  $48h$

2. Η σχέση που συνδέει την περίοδο ( $T$ ) και τη συχνότητα ( $f$ ) σε ένα περιοδικό φαινόμενο, είναι :

- α.  $f^2 = T$                       β.  $f \cdot T = 1$                       γ.  $T^2 \cdot f = 1$                       δ.  $f = T$

3. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης  $F$ . Αν  $x$  είναι η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του και  $D$  θετική σταθερά, τότε για τη δύναμη ισχύει:

- α.  $F = D$                       β.  $F = D x$                       γ.  $F = -D x$                       δ.  $F = 0$

4. Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε έναν απλό αρμονικό ταλαντωτή, πλάτους  $A$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ , δίνεται από τη σχέση:  $x = A\eta\mu\omega t$ . Η εξίσωση της ταχύτητας δίνεται από τη σχέση:

- α.  $v = A\omega\eta\mu\omega t$                       β.  $v = -A\omega\eta\mu\omega t$                       γ.  $v = A\omega\sigma\upsilon\nu\omega t$                       δ.  $v = -A\omega\sigma\upsilon\nu\omega t$

5. Σώμα μάζας  $m$  που είναι προσδεδεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς  $k$ , όταν απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας κατά  $A$ , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T$ . Αν τετραπλασιάσουμε την απομάκρυνση  $A$ , η περίοδος της ταλάντωσης γίνεται:

- α.  $2T$ .                      β.  $T$                       γ.  $T/2$ .                      δ.  $4T$ .

6. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Η ταχύτητα του σώματος :

- α. έχει την ίδια φάση με την επιτάχυνση  $a$ .  
β. είναι μέγιστη στις ακραίες θέσεις.  
γ. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση ισορροπίας.  
δ. έχει πάντα αντίθετη φορά από τη δύναμη επαναφοράς.

7. Η συχνότητα ταλάντωσης  $f$  ενός συστήματος ελατηρίου - μάζας :

- α. είναι ανεξάρτητη από τη σταθερά  $K$  του ελατηρίου.  
β. είναι ανεξάρτητη από το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης.  
γ. εξαρτάται από την ενέργεια του ταλαντωτή.  
δ. είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του ταλαντωτή.

8. Ένα σύστημα ελατηρίου-μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Αν τετραπλασιάσουμε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυτού του συστήματος, τότε :

- α. η συχνότητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.  
β. η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.  
γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.  
δ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.

9. Το πλάτος ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή διπλασιάζεται. Τότε :

- α. η ολική ενέργεια διπλασιάζεται  
β. η περίοδος παραμένει σταθερή  
γ. η σταθερά επαναφοράς διπλασιάζεται  
δ. η μέγιστη ταχύτητα τετραπλασιάζεται.

10. Σε μία γραμμική αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε:

- α. η περίοδος διπλασιάζεται.

- β. η συχνότητα διπλασιάζεται.  
 γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.  
 δ. η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται.

**11.** Στην απλή αρμονική ταλάντωση

- α. η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή.  
 β. η ολική ενέργεια μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.  
 γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.  
 δ. η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή

**12.** Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση  $v = A\omega \eta\mu\omega t$ . Τότε η απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση:

- α.  $x = A\eta\mu\omega t$                       β.  $x = A\sigma\upsilon\nu\omega t$                       γ.  $x = A\eta\mu(\omega t + \pi)$                       δ.  $x = A\eta\mu(\omega t + 3\pi/2)$

**13.** Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα :

- α. στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του β. Όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη  
 γ. Όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη δ. Όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν

**14.** Στην απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή

- α. έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο  
 β. Έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο  
 γ. Θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης  
 δ. Μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες φορές έχουν αντίθετο πρόσημο

**15.** Όταν ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, τότε :

- α. η περίοδος μεταβάλλεται.  
 β. η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.  
 γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση αυξάνεται.  
 δ. το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

**16.** Σε μία φθίνουσα ταλάντωση ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση παραμένει σταθερός. Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της ταλάντωσης :

- α. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο  
 β. μειώνεται ανάλογα με το χρόνο  
 γ. παραμένει σταθερό  
 δ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.

**17.** Κατά τη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση :

- α. το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{\Lambda t}$ , όπου  $\Lambda$  θετική σταθερά.  
 β. η μηχανική ενέργεια διατηρείται.  
 γ. το πλάτος παραμένει σταθερό.  
 δ. έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.

**18.** Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης  $F = -bv$ , με  $b =$  σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με

το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για  $\Lambda > 0$ ).

$$\alpha. A = A_0 - bt \quad \beta. A = A_0 e^{\Lambda t} \quad \gamma. A = A_0 e^{-\Lambda t} \quad \delta. A = A_0 / \Lambda t$$

**19.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

- α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
- β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
- γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
- δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.

**20.** Ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τότε :

- α. η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή
- β. το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
- γ. η περίοδος του συστήματος μεταβάλλεται
- δ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται.

**21.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής  $F = -bv$ , με  $b$  σταθερό:

- α. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.
- β. η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται από το πλάτος.
- γ. το πλάτος παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο. δ. η περίοδος παραμένει σταθερή σε σχέση με το χρόνο.

**22.** Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται:

- α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  αυξάνεται. β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  μειώνεται.
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.
- δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

**23.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής  $F_{αντ} = -bv$ , όπου  $b$  θετική σταθερά και  $v$  η ταχύτητα του ταλαντωτή,

- α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.
- β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
- γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
- δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

**24.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής  $F = -bv$ , όπου  $b$  θετική σταθερά και  $v$  η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι

- α. θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση
- β. πάντα αρνητικό
- γ. πάντα θετικό
- δ. μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση.

**25.** Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

- α. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
- β. είναι πάντα μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης. γ. είναι ίση με τη

συχνότητα του διεγέρτη.

δ. είναι πάντα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.

**26.** Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή  $F_{αντ} = -bv$ . Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή  $b_1$ . Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται  $b_2$  με  $b_2 > b_1$ . Τότε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.

**27.** Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ , όπου  $A_0$  είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και  $\Lambda$  είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

α. οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές

β. η δύναμη αντίστασης είναι  $F_{αντ} = -bv^2$ , όπου  $b$  είναι η σταθερά απόσβεσης και  $v$  η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται

γ. η περίοδος  $T$  της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$

δ. η δύναμη αντίστασης είναι  $F_{αντ} = -bv$ , όπου  $b$  είναι η σταθερά απόσβεσης και  $v$  η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

**28.** Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α. έχουμε πάντα συντονισμό

β. η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης

γ. για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό

δ. η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες

**29.** Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ένα σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα που είναι ίση με :

α. την ιδιοσυχνότητά του.

β. τη συχνότητα του διεγέρτη.

γ. τη διαφορά ιδιοσυχνότητας και συχνότητας του διεγέρτη.

δ. το άθροισμα ιδιοσυχνότητας και συχνότητας του διεγέρτη.

**30.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα :

α. μένει σταθερό

β. αυξάνεται συνεχώς

γ. μειώνεται συνεχώς

δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται

**31.** Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20 Hz. Το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι : α. 10 Hz β. 20 Hz γ. 30 Hz δ. 40 Hz

**32.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα :

- α. αυξάνεται συνεχώς.  
γ. μένει σταθερό.

- β. μειώνεται συνεχώς.  
δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

**33.** Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης :

- α. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη  
β. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή  
γ. εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης  
δ. είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή.

**34.** Η σύνθετη ταλάντωση ενός σώματος προκύπτει από δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση. Το σώμα, σε σχέση με τις αρχικές ταλαντώσεις, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

- α. ίδια διεύθυνση και ίδια συχνότητα.  
β. διαφορετική διεύθυνση και ίδια συχνότητα.  
γ. ίδια διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.  
δ. διαφορετική διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα

**35.** Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση, όταν οι δύο αρχικές ταλαντώσεις έχουν

- α. παραπλήσιες συχνότητες και ίδια πλάτη.  
β. παραπλήσιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.  
γ. ίδιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.  
δ. ίδια πλάτη και διαφορετικές συχνότητες.

**36.** Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις  $x_1 = A\eta\mu(\omega_1 t)$  και  $x_2 = A\eta\mu(\omega_2 t)$ , των οποίων οι συχνότητες  $\omega_1, \omega_2$  διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση

- α. έχει συχνότητα  $2(\omega_1 - \omega_2)$ .  
β. έχει συχνότητα  $\omega_1 + \omega_2$ .  
γ. έχει πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $2A$ .  
δ. έχει πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $A$ .

**37.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους :

- α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .  
β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.  
γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι  $T = 1/(f_1 + f_2)$ .  
δ. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι  $T = 1/2|f_1 - f_2|$ .

**38.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:

- α. ίσες συχνότητες.  
β. παραπλήσιες συχνότητες.

γ. διαφορετικές συχνότητες.

δ. συχνότητες που η μια είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

**39.** Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  ( $f_1 > f_2$ ) των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα  $f_2$  προσεγγίσει τη συχνότητα  $f_1$ , χωρίς να την ξεπεράσει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

α. αυξηθεί.

β. μειωθεί.

γ. παραμένει ο ίδιος.

δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της  $f_2$ .

**40.** Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές  $f_1=5\text{Hz}$  και  $f_2=10\text{Hz}$ , το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Θα έχουμε μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει την τιμή : α. 2Hz β. 4Hz γ. 8Hz δ. 12Hz

**41.** Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο :

α. η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή

β. Η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου

γ. Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός

δ. Το πλάτος μειώνεται γραμμικά με το χρόνο

**42.** Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

α. Η περίοδος μειώνεται

β. Η περίοδος είναι σταθερή

γ. Το πλάτος διατηρείται σταθερό

δ. Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή

**43.** Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν :

α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες

β. Άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες

γ. Ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες

δ. Ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μία είναι πολλαπλάσια της άλλης

**44.** Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων:

α. είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.

β. είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.

γ. είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

δ. εξαρτάται από τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

**45.** Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου

α. αυξάνεται.

β. διατηρείται σταθερή.

γ. μειώνεται γραμμικά.

δ. μειώνεται εκθετικά.



**46.** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους  $A$ , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι συχνότητες  $f_1, f_2$  των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε:

- α. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- β. το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό.
- γ. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .
- δ. η περίοδος του διακροτήματος είναι ανάλογη με τη διαφορά συχνοτήτων  $f_1 - f_2$

**47.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση και έχουν διαφορά φάσης  $\pi \text{ rad}$ , το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

- α.  $A_1 + A_2$
- β.  $A_2 - A_1$
- γ.  $\sqrt{A_2^2 + A_1^2}$
- δ.  $|A_1 - A_2|$

**48.** Διακρότημα δημιουργείται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, με ίδιο πλάτος, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν:

- α. ίσες συχνότητες και ίδια φάση
- β. ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης  $\pi/2$
- γ. παραπλήσιες συχνότητες
- δ. ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης  $\pi$ .

**49.** Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας  $m$  που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με  $F$ . Το πηλίκο  $F/m$  :

- α. παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
- β. μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
- γ. αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
- δ. γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

**50.** Στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι :

- α. σε κάθε περίπτωση σταθερό
- β. σε κάθε περίπτωση ίσο με το άθροισμα του πλάτους των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων
- γ. σε κάθε περίπτωση μηδέν
- δ. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

**51.** Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση  $x = A \eta \mu \omega t$ , τότε η τιμή της δύναμης επαναφοράς δίνεται από τη σχέση:

- α.  $F = -m\omega^2 A \sigma \nu \omega t$
- β.  $F = m\omega^2 A \eta \mu \omega t$
- γ.  $F = -m\omega^2 A \eta \mu \omega t$
- δ.  $F = m\omega^2 A \sigma \nu \omega t$ .

**52.** Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο

- α. η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$
- β. όταν η σταθερά απόσβεσης  $b$  μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα
- γ. η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης
- δ. η σταθερά απόσβεσης  $b$  εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.

**53.** Η σταθερά απόσβεσης  $b$  μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη

δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,

- α. εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται
- β. μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης
- γ. έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το kg·s
- δ. εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.

**54.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης :

- α. θα μένει σταθερό
- β. θα αυξάνεται συνεχώς
- γ. θα μειώνεται συνεχώς
- δ. αρχικά θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται

**55.** Ένα σώμα Σ εκτελεί σύνθετη αρμονική ταλάντωση σαν αποτέλεσμα δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και έχουν εξισώσεις  $\chi_1 = A_1 \eta \mu \omega t$  και  $\chi_2 = 3A_1 \eta \mu(\omega t + \pi)$ . Η εξίσωση της σύνθετης αρμονικής ταλάντωσης είναι :

- α.  $\chi = 2A_1 \eta \mu \omega t$
- β.  $\chi = 4A_1 \eta \mu(\omega t + \pi)$
- γ.  $\chi = 3A_1 \eta \mu \omega t$
- δ.  $\chi = 2A_1 \eta \mu(\omega t + \pi)$

**56.** Ένα σώμα Σ εκτελεί σύνθετη αρμονική ταλάντωση, ως αποτέλεσμα δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, και έχουν εξισώσεις  $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$  και  $x_2 = A_2 \eta \mu \omega t$ . Το πλάτος A της σύνθετης αρμονικής ταλάντωσης είναι ίσο με:

- α.  $A_1 + A_2$
- β.  $A_2 - A_1$
- γ.  $\sqrt{A_2^2 + A_1^2}$
- δ.  $|A_1 - A_2|$

**57.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και που οι περίοδοι τους  $T_1$  και  $T_2$  διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους με περίοδο T που είναι ίση με

- α.  $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$
- β.  $T = 2 \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
- γ.  $T = \frac{|T_1 - T_2|}{2}$
- δ.  $T = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$

**58.** Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  του διεγέρτη με  $f_1 < f_2$  το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα  $f_0$  του συστήματος ισχύει:

- α.  $f_0 < f_1$
- β.  $f_0 > f_2$
- γ.  $f_1 < f_0 < f_2$
- δ.  $f_1 = f_0$ .

**59.** Διακρότημα δημιουργείται μετά από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, όταν οι ταλαντώσεις έχουν

- α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες
- β. διαφορετικά πλάτη και ίσες συχνότητες
- γ. διαφορετικά πλάτη και διαφορετικές συχνότητες
- δ. ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.

**60.** Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα του διεγέρτη να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης:

- α. ελαττώνεται αρχικά και μετά αυξάνεται
- β. παραμένει σταθερό
- γ. αυξάνεται αρχικά και μετά ελαττώνεται
- δ. ελαττώνεται.

**61.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  δημιουργείται σύνθετη κίνηση, η οποία παρουσιάζει διακροτήματα. Η περίοδος του



διακροτήματος είναι ίση με:

α.  $\frac{1}{|f_1 - f_2|}$

β.  $\left| \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right|$

γ.  $|f_1 - f_2|$

δ.  $\frac{1}{2|f_1 - f_2|}$

62. Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη αντίστασης στην κίνηση της μορφής  $F = -bv$ , όπου  $v$  η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος. Η σταθερά απόσβεσης  $b$  στο S.I. μετριέται σε :

α.  $kg/s$

β.  $kg/s^2$

γ.  $kgm/s$

δ.  $kgm/s^2$

### ΡΕΥΣΤΑ

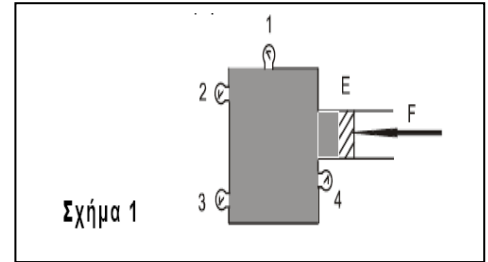
63. Το δοχείο του σχήματος 1 είναι γεμάτο με υγρό και κλείνεται με έμβολο Ε στο οποίο ασκείται δύναμη  $F$ . Όλα τα μανόμετρα 1,2,3,4 δείχνουν πάντα :

α. την ίδια πίεση, όταν το δοχείο είναι εντός του πεδίου

βαρύτητας β. την ίδια πίεση, όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας

γ. διαφορετική πίεση, αν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας

δ. την ίδια πίεση, ανεξάρτητα από το αν το δοχείο είναι εντός ή εκτός του πεδίου βαρύτητας.



64. Το ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας  $g$  και περιέχει νερό πυκνότητας  $\rho$ . Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι  $H$ . Στο σημείο Α, που απέχει απόσταση  $h$  από τον πυθμένα του δοχείου, η υδροστατική πίεση είναι ίση με:

α.  $P_{atm} + \rho gh$

β.  $P_{atm} + \rho g(H-h)$

γ.  $\rho gh$

δ.  $\rho g(H-h)$ .



65. Σε μία οριζόντια (προστέθηκε με διευκρίνιση) φλέβα ρέει ιδανικό ρευστό. Όταν σε μια περιοχή του υγρού οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, τότε:

α. η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση ελαττώνεται

β. η παροχή της φλέβας αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται

γ. η παροχή της φλέβας ελαττώνεται και η πίεση ελαττώνεται

δ. η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται.

66. Η εξίσωση της συνέχειας των ιδανικών ρευστών είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της :

α. ενέργειας

β. ύλης

γ. ορμής

δ. στροφορμής

67. Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα ανοιχτού δοχείου το οποίο περιέχει υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται στην επιφάνεια της γης

α. οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο

β. εξαρτάται από την ατμοσφαιρική πίεση και το βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο

γ. είναι ανεξάρτητη της πυκνότητας του υγρού

δ. είναι πάντα κάθετη στον πυθμένα του δοχείου.

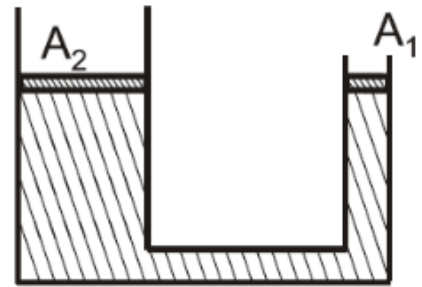
68.

Ένας υδραυλικός ανυψωτήρας της μορφής του **Σχήματος 1** έχει δύο αβαρή έμβολα που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές και περιέχει ιδανικό ασυμπίεστο υγρό. Το μικρό έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής  $A_1$  και το μεγάλο έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής  $A_2 = 3 A_1$ .

Αρχικά τα έμβολα βρίσκονται ακίνητα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε δύναμη στο μικρό έμβολο και τη στιγμή που αυτό έχει κατέβει κατά  $d_1$ , το μεγάλο έμβολο έχει ανεβεί κατά  $d_2$ .

Για τις αποστάσεις  $d_1$  και  $d_2$  ισχύει ότι

- α)  $d_1 = 1,5 d_2$   
 β)  $d_1 = 2 d_2$   
 γ)  $d_1 = 3 d_2$   
 δ)  $d_1 = 4 d_2$ .



Σχήμα 1

### ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

**69.** Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα  $\omega_2$  θα είναι

- α.  $\omega_2 = \omega_1$ .                      β.  $\omega_2 > \omega_1$ .                      γ.  $\omega_2 < \omega_1$ .                      δ.  $\omega_2 = 0$ .

**70.** Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος :

- α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.  
 β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα  $v = \omega r$  ( $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r$  η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).  
 γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = v_{cm} / R$  ( $v_{cm}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας,  $R$  η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).  
 δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας, μεταβάλλεται.

**71.** Τροχός ακτίνας  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $v_{cm}$  η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με  $R$ , έχει μέτρο:

- α.  $v_{cm}$ .                      β.  $2v_{cm}$ .                      γ.  $0$ .                      Δ.  $\sqrt{2}v_{cm}$

**72.** Μία σφαίρα κυλιέται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

- α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.  
 β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.  
 γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.  
 δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

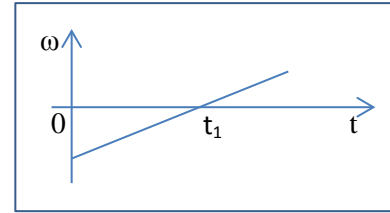
**73.** Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει :

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν  
 β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν  
 γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να

είναι μηδέν

δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

**74.** Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα ( $\omega$ ) μεταβάλλεται με το χρόνο ( $t$ ), όπως στο σχήμα. Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

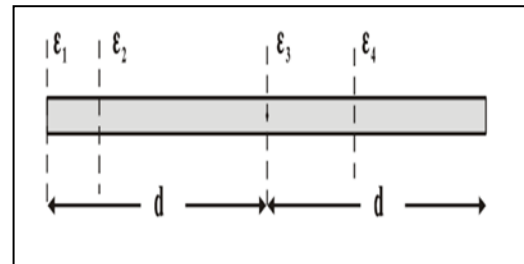


- α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή  $t_1$   
 β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός  
 γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν  
 δ. αυξάνεται με το χρόνο.

**75.** Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα

- α. είναι ίση με το μηδέν. β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.  
 γ. αυξάνεται με το χρόνο. δ. μειώνεται με το χρόνο.

**76.** Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας  $I_1, I_2, I_3, I_4$  ως προς τους παράλληλους άξονες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η :



- α.  $I_1$  β.  $I_2$  γ.  $I_3$  δ.  $I_4$

**77.** Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα

- α. υποτετραπλασιαστεί. β. υποδιπλασιαστεί.  
 γ. τετραπλασιαστεί. δ. παραμείνει αμετάβλητη.

**78.** Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

- α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.  
 β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.  
 γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.  
 δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

**79.** Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι

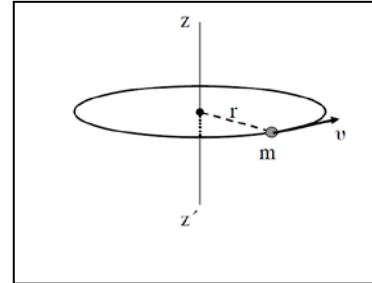
- α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.  
 β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.  
 γ. πάντα θετικό.  
 δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

**80.** Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια

- α. μένει η ίδια. β. διπλασιάζεται. γ. τετραπλασιάζεται. δ. οκταπλασιάζεται.

**81.** Το μέτρο της στροφορμής  $L$  ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και ροπή αδράνειας  $I$ , ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής, είναι: α.  $I^2\omega$  β.  $I\omega$  γ.  $I\omega^2$  δ.  $\sqrt{I\omega}$

**82.** Υλικό σημείο μάζας  $m$  και ταχύτητας  $v$  κινείται σε περιφέρεια οριζόντιου κύκλου ακτίνας  $r$ , όπως στο σχήμα. Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα  $zz'$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της:



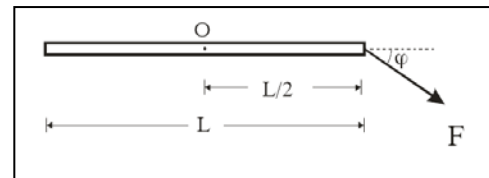
α. είναι μονόμετρο μέγεθος.

β. έχει μέτρο  $mvr$ .

γ. είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα  $zz'$ .

δ. έχει μονάδα το  $\text{Kg}\cdot\text{m}$ .

**83.** Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος  $L$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης  $F$  ως προς το σημείο  $O$  έχει μέτρο



α. 0.

β.  $F \cdot \frac{L}{2}$ .

γ.  $F \cdot \frac{L}{2} \sin\phi$ .

δ.  $F \cdot \frac{L}{2} \eta\mu\phi$ .

**84.** Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής:

α. είναι διανυσματικό μέγεθος.

β. έχει μονάδα μέτρησης το  $1\text{N}\cdot\text{m}$ , στο S.I.

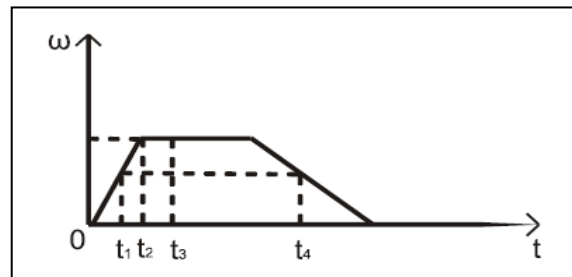
γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.

δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

**85.** Ένα μηχανικό στερεό περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής. Αν διπλασιαστεί η στροφορμή του στερεού, χωρίς να αλλάξει θέση ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο στρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια :

α. παραμένει σταθερή β. υποδιπλασιάζεται γ. διπλασιάζεται δ. τετραπλασιάζεται

**86.** Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;



α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  έως  $t_2$ .

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t_4$ .

γ. Τη χρονική στιγμή  $t_3$  η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.

δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή  $t_1$  έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή  $t_4$ .

87. Χορεύτρια περιστρέφεται χωρίς τριβές, έχοντας τα χέρια της απλωμένα. Όταν η χορεύτρια κατά τη διάρκεια της περιστροφής, συμπύσσει τα χέρια της τότε:

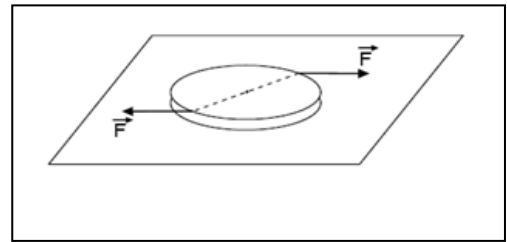
- α. Η ροπή αδράνειας της ως προς τον άξονα περιστροφής αυξάνεται
- β. Η στροφορμή της ως προς τον άξονα περιστροφής της ελαττώνεται
- γ. Η συχνότητα περιστροφής αυξάνεται
- δ. Η περίοδος παραμένει σταθερή

88. Μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας τα χέρια της σε σύμπτυξη. Όταν η αθλήτρια, κατά την περιστροφή της, απλώσει τα χέρια της σε οριζόντια θέση, τότε :

- α. η στροφορμή της μειώνεται
- β. η στροφορμή της αυξάνεται
- γ. η συχνότητα περιστροφής της αυξάνεται
- δ. η συχνότητα περιστροφής της μειώνεται.

89. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η κίνηση του δίσκου είναι:

- α. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
- β. μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.
- γ. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.
- δ. μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση



90. Μία από τις μονάδες μέτρησης της στροφορμής των στοιχειωδών σωματιδίων στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI) είναι

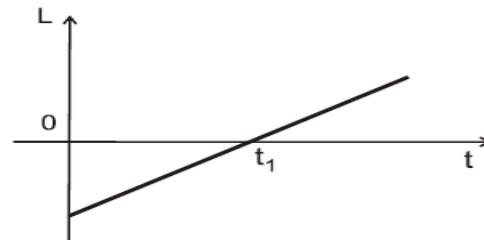
- α.  $J \cdot s^2$
- β.  $J \cdot s$
- γ.  $kg \cdot m^2/s^2$
- δ.  $kg \cdot m/s^2$ .

91. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σε αυτόν.

Η στροφορμή  $L$  του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο **σχήμα 1**.

Η συνισταμένη των ρομών των δυνάμεων που ασκούνται στο δίσκο

- α. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
- β. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή  $t_1$
- γ. αυξάνεται με το χρόνο
- δ. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.



Σχήμα 1

### ΚΡΟΥΣΕΙΣ

92. Σε μια κρούση δύο σφαιρών

α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.

β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.

γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.

δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

**93.** Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:

- α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
- δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

**94.** Σε μια ελαστική κρούση δεν διατηρείται :

- α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.
- β. η ορμή του συστήματος.
- γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
- δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

**95.** Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή :

- α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας
- β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών
- γ. η ορμή κάθε σφαίρας
- δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

**96.** Σε μία πλαστική κρούση

- α. δε διατηρείται η ορμή.
- β. η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.
- γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- δ. η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.

**97.** Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων

- α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.
- β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
- γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.

**98.** Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:

- α. ελαστική
- β. ανελαστική
- γ. πλαστική
- δ. έκκεντρη

**99.** Σε κάθε κρούση

- α. η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.
- β. η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- γ. η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
- δ. η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.

**100.** Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών:

- α. είναι πάντα μη κεντρική.
- β. είναι πάντα πλαστική.
- γ. είναι πάντα κεντρική.
- δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.



**100.** Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους  
α. Κάθετες      β. Παράλληλες      γ. Ίσες      δ. σε τυχαίες διευθύνσεις'

**101.** Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε

α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.

β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

**102.** Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

α. η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή

β. η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται

γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή

δ. η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή

**103.** Σφαίρα μάζας  $m_1$  κινούμενη με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Οι ταχύτητες  $\vec{v}'_1, \vec{v}'_2$  των σφαιρών μετά την κρούση

α. έχουν πάντα την ίδια φορά.

β. έχουν πάντα αντίθετη φορά.

γ. είναι κάθετες μεταξύ τους

δ. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

**104.** Δύο μικρά σώματα με μάζες  $m$  και  $4m$ , που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν:

α. αντίθετες ταχύτητες

β. ίσες ορμές

γ. αντίθετες ορμές

δ. ίσες κινητικές ενέργειες

**105.** Σφαίρα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$  τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση :

α. η σφαίρα  $\Sigma$  παραμένει ακίνητη.

β. η σφαίρα  $\Sigma_1$  δεν αλλάζει φορά κίνησης .

γ. όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας  $\Sigma_1$  μεταφέρθηκε στη σφαίρα  $\Sigma_2$ .

δ. ισχύει  $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$

**ΕΡΩΤΗΣΗ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ**

Στον παρακάτω πίνακα, στη Στήλη Ι, αναφέρονται διάφορα φυσικά μεγέθη, ενώ στη Στήλη ΙΙ αναφέρονται μονάδες μέτρησης των μεγεθών στο S.I.

ΜΕΓΕΘΟΣ	ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ
1. Ροπή αδράνειας	α. rad/s
2. Στροφορμή	β. N.m
3. Γωνιακή ταχύτητα	γ. N/Am
4. Ροπή δύναμης	δ. kg.m <sup>2</sup>
5. Ένταση μαγνητικού πεδίου	ε. kg.m <sup>2</sup> /s

**ΕΡΩΤΗΣΗ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ**

1. Η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες ονομάζεται .....
2. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι .....
3. Το αλγεβρικό άθροισμα των ..... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.
4. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται .....
5. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει ..... κίνηση.

**ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ- ΛΑΘΟΥΣ**

1. Η περίοδος φθίνουσας ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, διατηρείται σταθερή.
2. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
3. Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.
4. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
5. Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
6. Όταν ένας ακροβάτης που περιστρέφεται στον αέρα ανοίξει τα άκρα του, αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
7. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.
8. Τα κτήρια κατά τη διάρκεια ενός σεισμού εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση.
9. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
10. Δύο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος αλλά λίγο διαφορετικές συχνότητες. Στη σύνθεση των ταλαντώσεων αυτών ο χρόνος ανάμεσα σε δυο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται περίοδος των διακροτημάτων.
11. Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι  $1 \text{ kg m}^2$
12. Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα  $f$  του διεγέρτη.

13. Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
14. Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.
15. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.
16. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.
17. Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου είναι μεγέθη αντίστροφα.
18. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης  $b$ .
19. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.
20. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
21. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
22. Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.
23. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό με το χρόνο.
24. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
25. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
26. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
27. Η σταθερά απόσβεσης  $b$  σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.
28. Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, ισχύει πάντα  $\vec{v} = \vec{V}$
29. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
30. Σώμα Α συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β που έχει την ίδια μάζα με το Α. Τότε η ταχύτητα του Α μετά την κρούση μηδενίζεται.
31. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.
32. Όταν μια χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα συμπύσσει τα χέρια της.
33. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος είναι διαφορετική από αυτή του διεγέρτη.
34. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
35. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.
36. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ότι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.
37. Το πλάτος σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα του διεγέρτη.
38. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.
39. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
40. Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
41. Η συχνότητα του διακροτήματος είναι μεγαλύτερη από κάθε μια από τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων που δημιουργούν το διακρότημα.
42. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με τη συχνότητα του διεγέρτη

43. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η ταχύτητά του είναι μηδέν.
44. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι Nm.
45. Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις
46. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο
47. Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.
48. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.
49. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.
50. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
51. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
52. Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
53. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
54. Στην ελαστική κρούση δύο σφαιρών η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
55. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε  $\text{Kg m}^2/\text{s}$ .
56. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.
57. Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων-στη δημιουργία συσσωματώματος.
58. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.
59. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.
60. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το  $\text{IN}\cdot\text{m}$ .
61. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς.
62. Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα  $\Sigma F=0$ .
63. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.
64. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.
65. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.
66. Μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο SI είναι το  $\text{IN}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$
67. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.
68. Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.
69. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.
70. Όταν οι ακροβάτες θέλουν να κάνουν πολλές στροφές στον αέρα, συμπτύσσουν τα

χέρια και τα πόδια τους.

71. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ( $F=-bv$ ), για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  η περίοδος μειώνεται.

72. Η σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από ίδιο σημείο με συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, είναι απλή αρμονική ταλάντωση .

73. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

74. Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση που βρίσκεται σε συντονισμό, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν διπλασιαστεί η συχνότητα του διεγέρτη.

75. Η εξίσωση της συνέχειας στα ρευστά είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης ενέργειας.

76. Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.

77. Όταν τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται η τιμή της σταθεράς απόσβεσης ελαττώνεται

78. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο, η στροφορμή των τροχών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς την ανατολή

79. Η ταχύτητα ροής ενός ασυμπίεστου ιδανικού ρευστού κατά μήκος ενός σωλήνα που δεν έχει σταθερή διατομή, είναι μεγαλύτερη εκεί που πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές.

80. Η ροή ενός ρευστού είναι στρωτή, όταν παρουσιάζει στροβίλους.

81. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.

82. Σε μια κρούση αμελητέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δεν μεταβάλλεται.

83. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής.

84. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

85. Η εξίσωση της συνέχειας είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ιδανικών ρευστών.

86. Η ροπή μιας δύναμης ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.  $F$

87. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.

88. Η κίνηση ενός τροχού που κυλιέται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

89. Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.

90. Το συνολικό έργο της στατικής τριβής στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ενός στερεού σώματος είναι ίσο με μηδέν.

91. Η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο ενός ακίνητου υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του.

92. Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο.

93. Περίοδος  $T_{\delta}$  ενός διακροτήματος ονομάζεται ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης.

94. Κατά την εκδήλωση σεισμικής δόνησης το έδαφος λειτουργεί ως διεγέρτης για τα κτίρια. Όταν η συχνότητα του σεισμικού κύματος γίνει

ίση με την ιδιοσυχνότητα ενός κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου μεγιστοποιείται.

95. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με μικρή σταθερά απόσβεσης  $b$ , όταν η σταθερά απόσβεσης αυξηθεί λίγο, ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης ελαττώνεται.

96. Κατά τη ροή ιδανικού ρευστού σε οριζόντιο σωλήνα, όταν οι ρευματικές γραμμές παρουσιάζουν την ίδια πυκνότητα, η ταχύτητα ροής δεν μεταβάλλεται.

97. Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

98. Μικρή σφαίρα μάζας  $m$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται ελαστικά με αυτόν. Αν το μέτρο της ορμής της σφαίρας ακριβώς πριν την κρούση είναι ίσο με  $p$ , τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας λόγω της κρούσης με τον τοίχο είναι ίσο με το μηδέν.

99. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και με συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει περιοδική κίνηση που παρουσιάζει διακροτήματα.

100. Όταν ρέει ιδανικό ρευστό με σταθερή παροχή σε οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής, στις περιοχές στις οποίες το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής αυξάνεται, η πίεση μειώνεται.

101. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη και τη σταθερά απόσβεσης  $b$ .

102. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται.

103. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, όταν το ταλαντούμενο σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.

104. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο η στροφορμή των τροχών του, ως προς τον άξονα περιστροφής τους, είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς τη δύση.

105. Ένα ασυμπιεστο ρευστό, που παρουσιάζει εσωτερικές τριβές και τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει, χαρακτηρίζεται ως ιδανικό.

106. Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι πάντα αντίθετη από την μεταβολή της ορμής του άλλου σώματος.

107. Με το σύστημα ανάρτησης των αυτοκινήτων (αμορτισέρ), επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης των ταλαντώσεων.



**ΘΕΜΑ Β**  
**ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ**

1. Σώμα μάζας  $m$  εκτελεί γραμμική απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση  $x$  του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση  $x=A\eta\mu\omega t$ , όπου  $A$  το πλάτος της ταλάντωσης και  $\omega$  η γωνιακή συχνότητα. Να αποδείξετε ότι η συνολική δύναμη, που δέχεται το σώμα σε τυχαία θέση της τροχιάς του, δίνεται από τη σχέση  $F=-m\omega^2x$ .

2. Δύο απλοί αρμονικοί ταλαντωτές  $A$  και  $B$  που εκτελούν αμείωτες αρμονικές ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους, έχουν σταθερές επαναφοράς  $D_A$  και  $D_B$  αντίστοιχα, με  $D_A > D_B$ . Ποιος έχει μεγαλύτερη ολική ενέργεια; .

α. ο ταλαντωτής  $A$                       β. ο ταλαντωτής  $B$ .

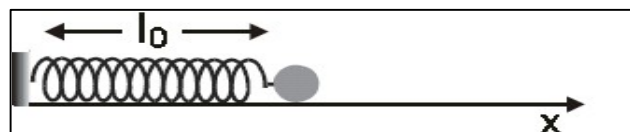
3. Δυο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές  $k_1$  και  $k_2$  αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση  $k_1 = k_2 / 2$ . Απομακρύνουμε τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $x$  και  $2x$  αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους

α. ταυτόχρονα

β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το  $\Sigma_1$

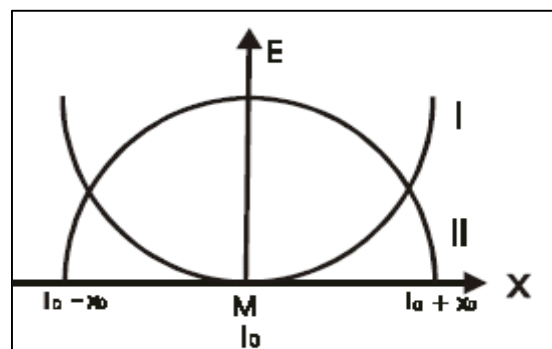
γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το  $\Sigma_2$

4. Στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με φυσικό μήκος  $l_0$  και σταθερά ελατηρίου  $k$  είναι συνδεδεμένο σώμα μάζας  $m$ , όπως δείχνει το διπλανό σχήμα.



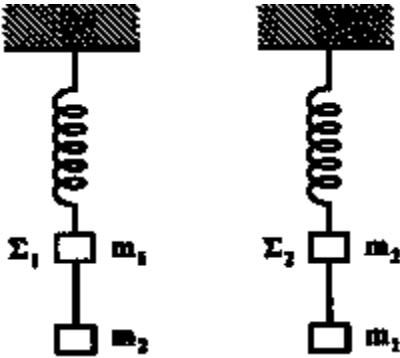
A. Ποια από τις καμπύλες I και II του παρακάτω διαγράμματος αντιστοιχεί στη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και ποια στην κινητική ενέργεια του σώματος;

B. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ολικής ενέργειας, αφού μεταφέρετε το παραπάνω διάγραμμα στο τετράδιό σας.



5. Σώμα μάζας  $M$  έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$  του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση  $a$  από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς  $K' = 4K$ . Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα .

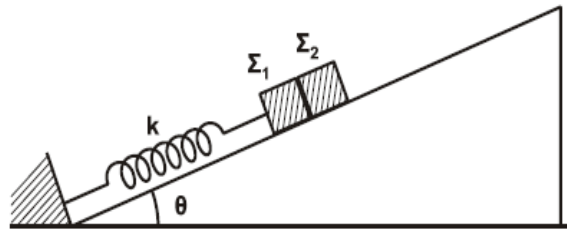
6. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  και  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ . Κάτω από το σώμα  $\Sigma_1$  δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας  $m_2$ , ενώ κάτω από το  $\Sigma_2$  σώμα μάζας  $m_1$  ( $m_1 \neq m_2$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  είναι  $E_1$  και του  $\Sigma_2$  είναι  $E_2$ , τότε:

$$\alpha. \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \beta. \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2} \quad \gamma. \frac{E_1}{E_2} = 1$$

7. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\theta$  είναι τοποθετημένα δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς  $k$ , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους  $A$ . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το  $\Sigma_1$  από το  $\Sigma_2$  είναι:

$$\alpha. A \cdot k < (m_1 + m_2)g \eta \mu \theta$$

$$\beta. A \cdot k > (m_1 + m_2)g \eta \mu \theta$$

$$\gamma. A \cdot k > (m_1 + m_2)^2 g \eta \mu \theta$$

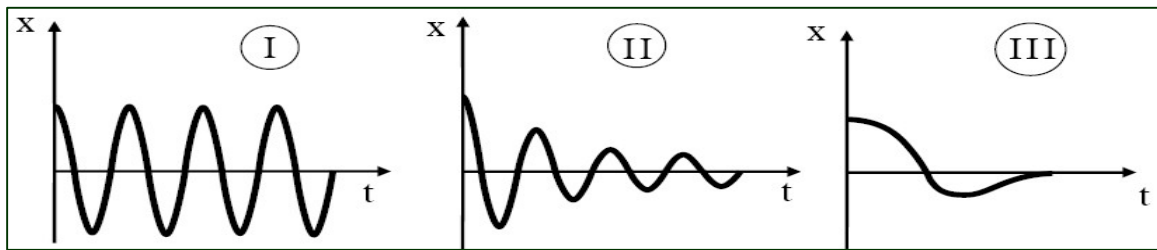
8. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει ενέργεια  $E_0$  και πλάτος ταλάντωσης  $A_0$ . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή  $t$ , που το πλάτος της ταλάντωσης του έχει μειωθεί στο  $1/4$  της αρχικής του τιμής, είναι

$$\alpha. E_0 / 16 \quad \beta. E_0 / 4 \quad \gamma. 15E_0 / 16$$

9. Σώμα μάζας  $m$  είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς  $k$  και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους  $A_1$  και συχνότητας  $f_1$ . Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει  $f_2$ , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι  $A_1$ . Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του  $A_1$ , πρέπει η συχνότητα  $f$  του διεγέρτη να είναι:

$$\alpha. f > f_2 \quad \beta. f < f_1 \quad \gamma. f_1 < f < f_2$$

10. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν την ταλάντωση που εκτελούν τα συστήματα ανάρτησης τριών αυτοκινήτων που κινούνται με την ίδια ταχύτητα όταν



συναντούν το ίδιο εξόγκωμα στο δρόμο. Το αυτοκίνητο του οποίου το σύστημα ανάρτησης λειτουργεί καλύτερα είναι το :

- α. I.                      β. II.                      γ. III.

11. Απλός αρμονικός ταλαντωτής, ελατήριο-μάζα, με σταθερά ελατηρίου  $k=100\text{N/m}$  και μάζα  $m=1\text{ kg}$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη  $8/\pi\text{ Hz}$ . Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης:

- α. μειώνεται                      β. αυξάνεται                      γ. μένει σταθερό.

12. Σώμα  $\Sigma$  εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις:  $x = 5\eta\mu 10t$  και  $x' = 8\eta\mu(10t + \pi)$ . Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την εξίσωση :

- α.  $3\eta\mu(10t + \pi)$ .                      β.  $3\eta\mu 10t$ .                      γ.  $11\eta\mu(10t + \pi)$ .

13. Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, με εξισώσεις  $x_1 = A\eta\mu\omega t$  και  $x_2 = 2A\eta\mu\omega t$ . Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι :

- α. A                      β. 3A                      γ. 2A

14. Υλικό σημείο  $\Sigma$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ . Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας του είναι  $u_0$  και του μέτρου της επιτάχυνσης του είναι  $a_0$ . Αν  $\chi$ ,  $u$ ,  $a$  είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του  $\Sigma$  αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

- α.  $u^2 = \omega(A^2 - \chi^2)$                       β.  $\chi^2 = \omega^2(a_0^2 - a^2)$                       γ.  $a^2 = \omega^2(u_0^2 - u^2)$

15. Ένα σώμα μετέχει σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές ταχύτητες, που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$x_1 = 0,2\eta\mu(998\pi t)$ ,  $x_2 = 0,2\eta\mu(1002\pi t)$  (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:    α. 2s                      β. 1s                      γ. 0,5s

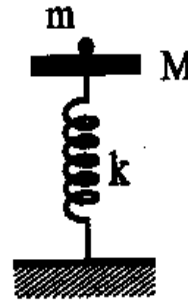
16. Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K, η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $d/2$ . Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι d. Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο

λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαφοράς  $\frac{F_{ελ}}{F_{επ}}$  είναι :

- α. 3                      β. 1/3                      γ. 2

17. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα συντονισμού είναι 10Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη από 10Hz γίνει 20Hz, το πλάτος της εξαναγκασμένης Ταλάντωσης    α. μειώνεται                      β. Αυξάνεται                      γ. παραμένει σταθερό

18. Δίσκος μάζας  $M$  είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας  $m$ . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:



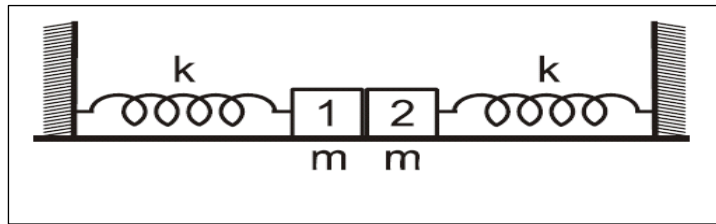
α.  $\frac{m^2 g^2}{2K}$       β.  $\frac{M^2 g^2}{2K}$       γ.  $\frac{(m+M)^2 g^2}{2K}$

19. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:  $x_1 = A\eta\mu(\omega t + \pi/3)$  και  $x_2 = 3A\eta\mu(\omega t - \pi/6)$

Αν  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_{ολ}$  είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

α.  $E_{ολ} = E_1 - E_2$       β.  $E_{ολ} = E_1 + E_2$       γ.  $E_{ολ}^2 = E_1^2 + E_2^2$

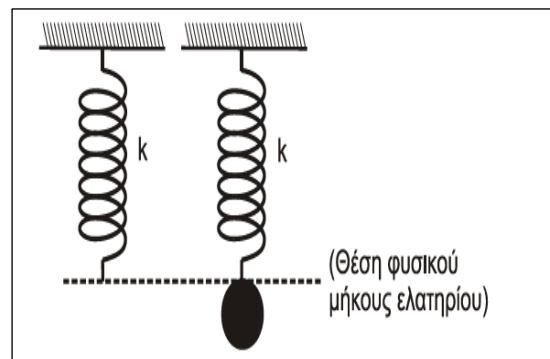
20. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών  $m$  το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς  $k$  το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος  $\ell_0$  και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά  $d$  και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = 2k$ . Αν  $A_1$  το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και  $A_2$  το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος  $A_1/A_2$  είναι ίσος με :

α. 1      β. 1/2      γ. 2

21. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k$  έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα  $m$ . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με:



α.  $m^2 g^2 / k$       β.  $2m^2 g^2 / k$       γ.  $m^2 g^2 / 2k$

22. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$ , ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με  $f_1 > f_2$ , παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος  $T_{\Delta} = 2s$ .

Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  είναι:

α.  $f_1 = 200,5 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 200 \text{ Hz}$

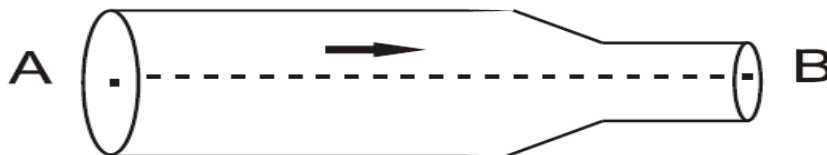
β.  $f_1 = 100,25 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 99,75 \text{ Hz}$

γ.  $f_1 = 50,2 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 49,7 \text{ Hz}$

23. Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος ταλάντωσης και γωνιακές συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους. Οι εξισώσεις των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων είναι της μορφής  $x_1 = A \cdot \eta\mu(399\pi t)$  (SI) και  $x_2 = A \cdot \eta\mu(401\pi t)$  (SI). Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι ίσος με
- i) 400            ii) 600            iii) 800.

### ΡΕΥΣΤΑ

24. Στον οριζόντιο σωλήνα, του σχήματος, ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό έχει στρωτή ροή από το σημείο A προς το σημείο B.



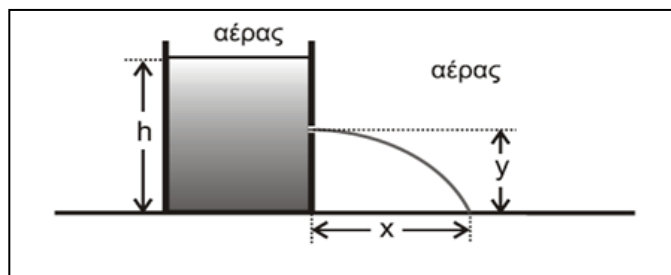
Η διατομή  $A_A$  του σωλήνα στη θέση A είναι διπλάσια από τη διατομή  $A_B$  του σωλήνα στη θέση B. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο A έχει τιμή ίση με  $\Lambda$ . Η διαφορά της πίεσης ανάμεσα στα σημεία A και B είναι ίση με:

α.  $\frac{3\Lambda}{4}$

β.  $3\Lambda$

γ.  $2\Lambda$

25. Δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει ένα ασυμπίεστο ιδανικό υγρό. Το ύψος του υγρού στο δοχείο είναι  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο δοχείο ανοίγουμε μικρή οπή στο πλευρικό του τοίχωμα, σε ύψος  $y = h/2$  από τη βάση του. Η φλέβα που δημιουργείται, συναντά το έδαφος σε οριζόντια απόσταση  $x$  από τη βάση του δοχείου. Η απόσταση  $x$  είναι ίση με :



α.  $h$

β.  $h/2$

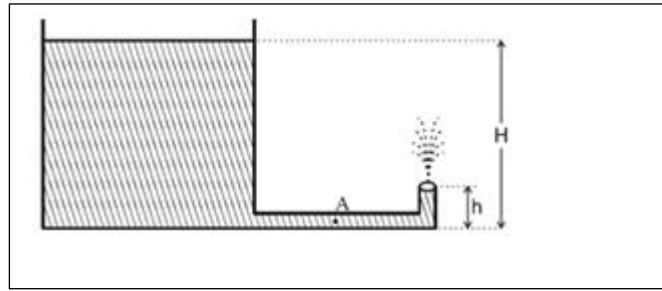
γ.  $2h$

26. Ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει νερό μέχρι ύψους  $H$ . Από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος του δοχείου εξέρχεται λεπτός κυλινδρικός σωλήνας σταθερής διατομής. Ο σωλήνας είναι αρχικά οριζόντιος και στη συνέχεια κάμπτεται, ώστε να γίνει κατακόρυφος προς τα πάνω. Το άνοιγμα του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος  $h = \frac{H}{5}$  πάνω από το επίπεδο του πυθμένα του δοχείου, όπως φαίνεται

στο σχήμα :

Να θεωρήσετε ότι:

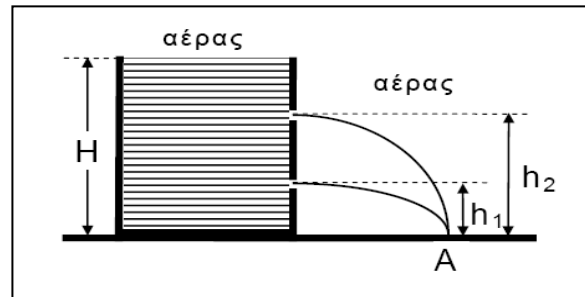
- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- το νερό συμπεριφέρεται ως ιδανικό ρευστό
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.



Το μέτρο της ταχύτητας  $v_A$  με την οποία ρέει το νερό στο σημείο A του οριζώντιου σωλήνα είναι ίσο με:

- α.  $\sqrt{2gh}$                       β.  $\sqrt{10gh}$                       γ.  $2\sqrt{2gh}$

27. Ένα δοχείο περιέχει νερό μέχρι ύψους H και βρίσκεται πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο. Ανοίγουμε δύο μικρές οπές στο δοχείο σε ύψη  $h_1$  και  $h_2 = 3 h_1$  πάνω από το οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο φλέβες του νερού που εκρέει από τις δύο μικρές οπές συναντούν το δάπεδο στο ίδιο σημείο A.

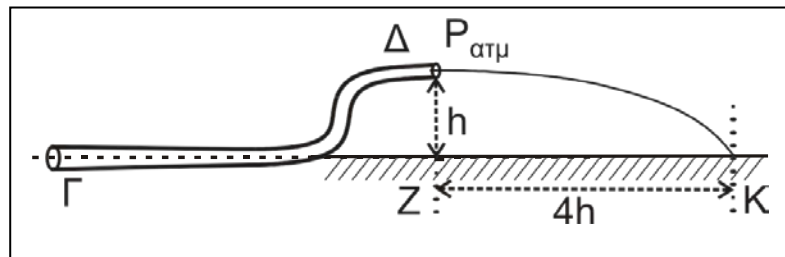


Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- το νερό συμπεριφέρεται ως ιδανικό ρευστό
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Η σχέση που ισχύει είναι      α.  $H = 4h_1$                       β.  $H = 5h_1$                       γ.  $H = 6h_1$

28. Ο κυλινδρικός σωλήνας ΓΔ του σχήματος αποτελεί τμήμα ενός μεγάλου σωλήνα μεταβλητής διατομής και βρίσκεται

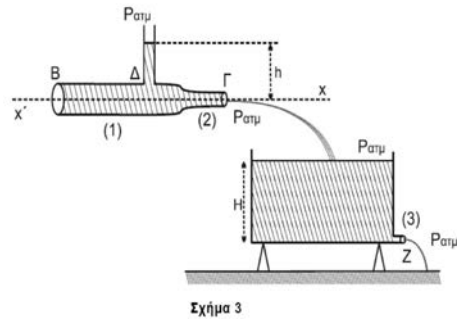


σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον σωλήνα ρέει με σταθερή παροχή ιδανικό υγρό πυκνότητας  $\rho$  με φορά από το Γ προς το Δ. Η σχέση των εμβαδών των εγκαρσίων διατομών του σωλήνα στα σημεία Γ και Δ είναι  $A_\Gamma = 2 A_\Delta$ . Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινείται το υγρό στο σημείο Γ είναι  $v_\Gamma$ . Τα σημεία Γ και Δ απέχουν υψομετρικά κατά h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η φλέβα του υγρού που εξέρχεται από το στόμιο Δ πέφτει σε σημείο K στην προέκταση της οριζόντιας ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ. Η απόσταση Z K (βεληνεκές) είναι ίση με  $4h$ . Η διαφορά πίεσης  $\Delta P$  μεταξύ των σημείων Γ και Δ ισούται με

- α.  $2\rho v_\Gamma^2$                       β.  $\rho v_\Gamma^2$                       γ.  $\frac{1}{2}\rho v_\Gamma^2$



29. Στον οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα ΒΓ μεταβλητής διατομής του **Σχήματος 3**, ρέει με σταθερή παροχή νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό με φορά από το Β προς το Γ. Για τα εμβαδά των εγκαρσίων διατομών των περιοχών (1) και (2), αντίστοιχα, ισχύει  $A_1=2A_2$ . Σε σημείο Δ της περιοχής (1) έχουμε προσαρμόσει ένα λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, στον οποίο η ελεύθερη επιφάνεια του νερού βρίσκεται σε ύψος  $h$  από την οριζόντια διεύθυνση  $x'x$ .

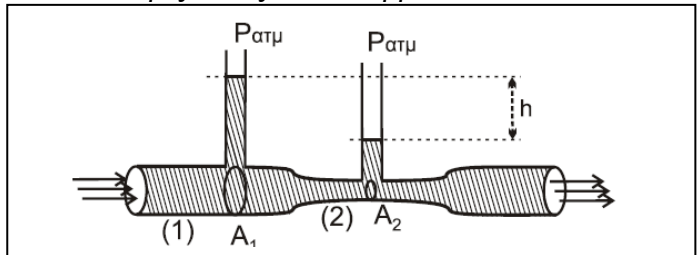


Το νερό που εξέρχεται από το στόμιο Γ του σωλήνα χύνεται σε δοχείο μεγάλου όγκου που είναι στερεωμένο σε οριζόντιο έδαφος. Στη βάση του δοχείου στη θέση (3) υπάρχει μικρή οπή Ζ με εμβαδόν διατομής  $A_3 = \frac{A_2}{2}$ .

Λόγω της εξόδου του νερού από την οπή Ζ το δοχείο δεν μπορεί να γεμίσει και η ελεύθερη επιφάνεια του νερού σταθεροποιείται σε ύψος  $H$  (**Σχήμα 3**). Ο λόγος του ύψους  $h$  του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα προς το ύψος  $H$  του νερού στο δοχείο είναι ίσος με:

- i)  $3/4$                       ii)  $3/8$                       iii)  $3/16$ .

30. Ο σωλήνας στο ροόμετρο Venturi είναι οριζόντιος και διαρρέεται από ιδανικό ρευστό, όπως φαίνεται στο **σχήμα 3**. Η εγκάρσια διατομή στην περιοχή (1) έχει εμβαδόν  $A_1$  και η αντίστοιχη στην περιοχή (2) έχει εμβαδόν  $A_2$  με  $\frac{A_1}{A_2}=2$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας



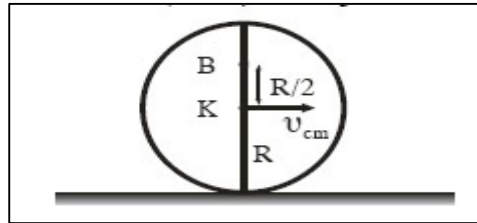
είναι ίση με  $g$  και η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού που περιέχεται στους κατακόρυφους λεπτούς ανοιχτούς σωλήνες είναι ίση με  $h$ .

Διπλασιάζουμε την ταχύτητα ροής του ιδανικού ρευστού στην περιοχή (1). Η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους λεπτούς ανοιχτούς σωλήνες γίνεται

- ίση με i)  $\frac{1}{2}h$                       ii)  $2h$                       iii)  $4h$

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

31. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα  $R$  κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $v_{cm}$ .



Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση  $B$  της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το  $K$  θα είναι :

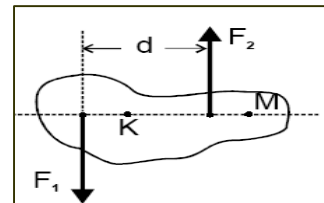
α.  $\frac{3}{2} v_{cm}$       β.  $\frac{2}{3} v_{cm}$       γ.  $\frac{5}{2} v_{cm}$

32. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες  $3\omega$  και  $\omega$ , αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$ , είναι :

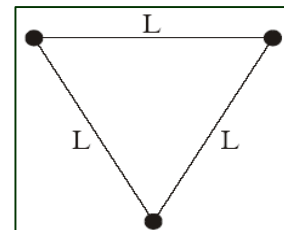
α.  $\frac{3}{2}$       β.  $\frac{1}{2}$       γ. 1

33. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι :

α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο  $K$ .  
β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο  $M$ .  
γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.  
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

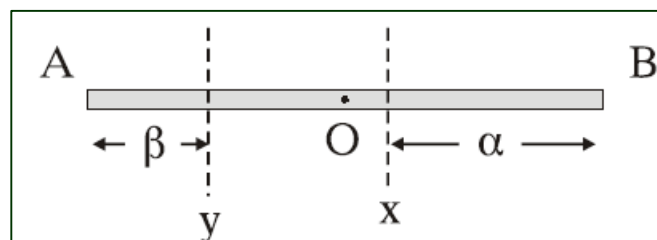


34. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα  $m$ , συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους  $L$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:



α.  $mL^2$       β.  $2mL^2$       γ.  $3mL^2$

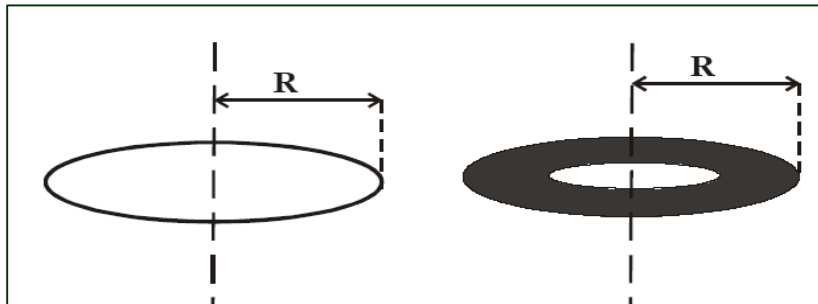
35. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος  $AB$  μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα  $x$  είτε γύρω από τον άξονα  $y$ . Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου  $O$  της ράβδου.



Αν  $\alpha$ ,  $\beta$  η απόσταση κάθε άξονα από τα άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει  $\alpha > \beta$ , τότε ο λόγος των ροπών αδράνειας ως προς τους άξονες  $x, y$  :  $I_x/I_y$  είναι:

α. 1      β.  $<1$       γ.  $>1$

36. Δακτύλιος και δίσκος με σπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανομημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα.



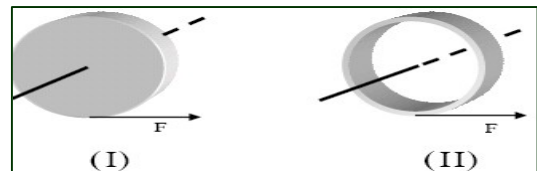
Αν  $I_{\Delta \Sigma}$  και  $I_{\Delta \kappa}$  οι ροπές αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα ως προς άξονες κάθετους στο επίπεδό τους που διέρχονται από τα κέντρα τους, τι ισχύει;

α.  $I_{\Delta \Sigma} > I_{\Delta \kappa}$ .

β.  $I_{\Delta \Sigma} < I_{\Delta \kappa}$ .

γ.  $I_{\Delta \Sigma} = I_{\Delta \kappa}$ .

37. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα. Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια.



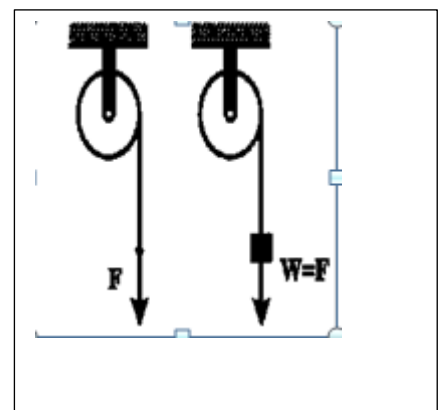
Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι :

α.  $\alpha_1 > \alpha_2$     β.  $\alpha_1 = \alpha_2$     γ.  $\alpha_1 < \alpha_2$

Μετά απο χρόνο  $t$  από τη δράση της  $F$ , οι στροφορμές που θα αποκτήσουν θα είναι :

α.  $L_1 > L_2$     β.  $L_1 = L_2$     γ.  $L_1 < L_2$

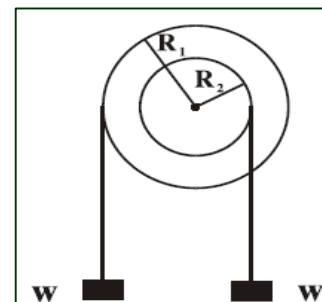
38. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα.



Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου  $F$ , η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha_1$  ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους  $w = F$  η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha_2$ . Ισχύει:

α.  $\alpha_1 > \alpha_2$     β.  $\alpha_1 = \alpha_2$     γ.  $\alpha_1 < \alpha_2$

39. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες  $R_1, R_2$  με  $R_1 > R_2$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών  $w$  που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα ;



α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού

β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

**40.** Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

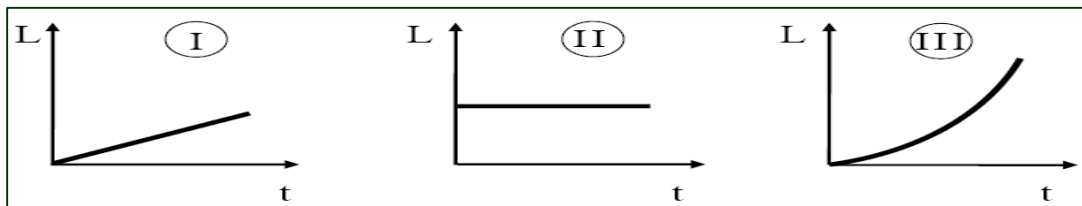
- α. Απλωμένα                                  β. συνεπτυγμένα.

**41.** Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t=0$  να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή  $t_1$  η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι  $K_1$  και τη χρονική στιγμή  $t_2=2t_1$  είναι  $K_2$ , τότε:

- α.  $K_2=2K_1$                                   β.  $K_2=4K_1$                                   γ.  $K_2=8K_1$

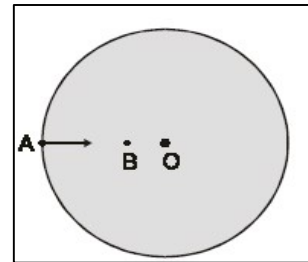
**42.** Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής.

Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα



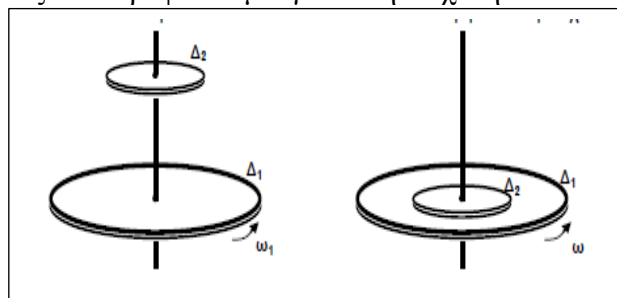
- α. I.    β. II.    γ. III.

**43.** Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου O. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο A της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο B πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:



- α. πιο αργά                                  β. πιο γρήγορα.

**44.** Ένας δίσκος  $\Delta_1$  με ροπή αδράνειας  $I_1$  στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ένας δεύτερος δίσκος  $\Delta_2$  με ροπή αδράνειας  $I_2 = I_1/4$  που είναι αρχικά ακίνητος τοποθετείται πάνω στο δίσκο  $\Delta_1$ , ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα. Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αν  $L_1$  είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου  $\Delta_1$ , τότε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου  $\Delta_1$  είναι:



- α. 0  
β.  $L_1/5$   
γ.  $2 L_1/5$

**45.** Ομογενής σφαίρα μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$  κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι  $v_{cm}$ . Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι  $I = 2/5 MR^2$ . Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι:

- α.  $2/5 Mv_{cm}^2$
- β.  $7/10 Mv_{cm}^2$
- γ.  $9/10 Mv_{cm}^2$

**46.** Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I$ , να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση  $K = I\omega^2 / 2$ .

**47.** Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίνεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

- α. σφαίρα.
- β. λεπτός δακτύλιος.
- γ. κύλινδρος.

**48.** Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας  $R$  στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα  $f_0$ . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του  $f$  θα είναι :

- α.  $f > f_0$
- β.  $f < f_0$
- γ.  $f = f_0$

**49.** Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:

- α. θα μείνει σταθερή.
- β. θα ελαττωθεί.
- γ. θα αυξηθεί.

**50.** Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

**51.** Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίνεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι

- α. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.
- β. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.
- γ. οι ταχύτητες είναι ίσες.

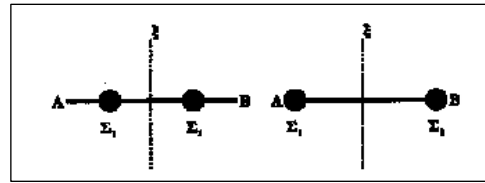
52. Η ομογενής ράβδος AB του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας ( $\xi$ ) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες  $\Sigma_1, \Sigma_2$  μάζας  $m$  καθεμιά

μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται

α. πιο εύκολα στη θέση 1.

β. πιο εύκολα στη θέση 2.

γ. το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.

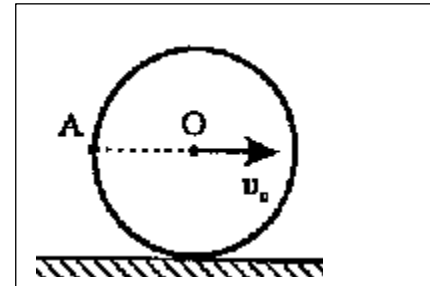


53. Ο δίσκος του σχήματος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του O είναι  $u_0$ . Το σημείο A βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το AO είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου A έχει μέτρο

α.  $u_A = 2u_0$

β.  $u_A = \sqrt{2} u_0$

γ.  $u_A = u_0$



54. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη ( $L_1$ ) προς την στροφορμή του ωροδείκτη ( $L_2$ ), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους είναι  $L_1/L_2 = \lambda$ , όπου  $\lambda$  θετική σταθερά. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών  $K_1/K_2$  αντίστοιχα είναι: α.  $6\lambda$  β.  $12\lambda$  γ.  $24\lambda$

55. Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega$ . Η χορεύτρια συμπύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε  $5/2 \omega$ . Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1

β.  $5/2$

γ.  $2/5$ .

56. Στη θέση A οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί – δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου O.

Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση A στη θέση B του δίσκου (το B είναι πιο κοντά στην περιφέρεια του δίσκου από το A), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

α. θα αυξηθεί.

β. θα παραμείνει η ίδια.

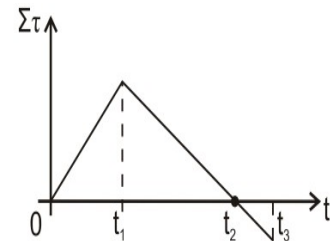
γ. θα μειωθεί.

57. Οριζόντιος, αρχικά ακίνητος, δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο δίσκο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τότε, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή:

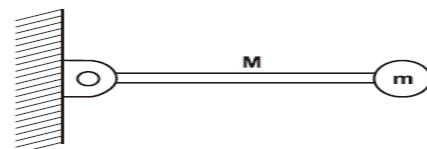
α.  $t_1$

β.  $t_2$

γ.  $t_3$ .



58. Λεπτή ομογενής ράβδος μάζας  $M$  και μήκους  $L$  μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Στο άλλο άκρο της ράβδου, είναι στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας  $m = M/2$  (σχήμα 1).



Σχήμα 1



Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου-σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι :

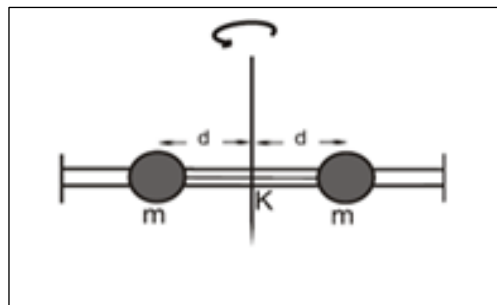
- α.  $\frac{1}{2} MgL$                       β.  $MgL$                       γ.  $\frac{2}{5} MgL$

Δίνεται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της που περνά από το άκρο της είναι  $\frac{1}{3}ML^2$ .

**59.** Ένα μεταλλικό νόμισμα εκσφενδονίζεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και αρχική γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$ . Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε, όταν το νόμισμα φτάσει στο ανώτατο ύψος :

- α. θα σταματήσει να περιστρέφεται  
β. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μικρότερη της αρχικής.  
γ. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση της αρχικής.

**60.** Η αβαρής λεπτή ράβδος του παρακάτω σχήματος είναι οριζόντια και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το μέσο της  $K$ . Σε απόσταση  $d$  από τον άξονα περιστροφής βρίσκονται δύο μικρές μεταλλικές χάντρες ίδιας μάζας  $m$ , οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με νήμα. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται, οπότε οι χάντρες κολλάνε στα άκρα της ράβδου.



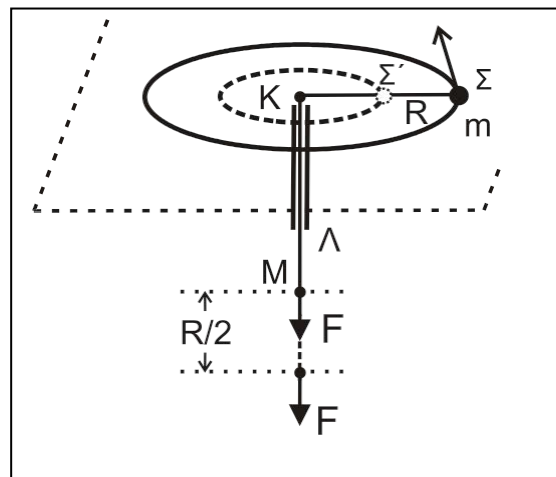
Η νέα γωνιακή ταχύτητα με την οποία στρέφεται το σύστημα είναι:

- α. μεγαλύτερη από την αρχική  
β. μικρότερη από την αρχική  
γ. ίση με την αρχική.

**61.** Ένας απομονωμένος ομογενής αστεράς σφαιρικού σχήματος ακτίνας  $R$  στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του με αρχική κινητική ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής  $K_0$ . Ο αστεράς συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρικνώσεώς του η ακτίνα του υποδιπλασιάζεται. Η νέα κινητική του ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής είναι ίση με  $K$ . Αν η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας ακτίνας  $r$  και μάζας  $m$  είναι  $I_{CM} = \frac{2}{5} mr^2$ , τότε ο λόγος  $K/K_0$  είναι:

- α.  $\frac{1}{2}$   
β. 2  
γ. 4

**62.** Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας  $m$ , διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας  $K\Sigma = R$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα  $K\Lambda$ . Στο άκρο  $M$  του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη  $F$ , ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του

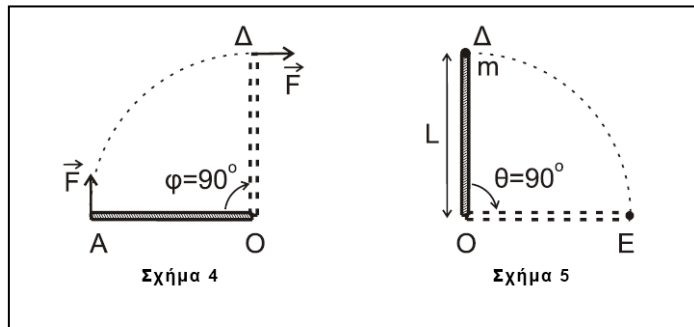


σφαιριδίου μάζας  $m$  να γίνει  $K\Sigma' = R/2$ .

Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το έργο της δύναμης  $F$  για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας  $m$  θα είναι ίσο με:

- α.  $1/2 m\omega^2 R^2$   
 β.  $3/2 m\omega^2 R^2$   
 γ.  $2/3 m\omega^2 R^2$

**63.** Λεπτή ισοπαχής ομογενής ράβδος μήκους  $L$  και μάζας  $M$  μπορεί να περιστρέφεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο της  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδο. Η αρχικά ακίνητη ράβδος στη θέση  $(OA)$ , υπό την επίδραση δύναμης σταθερού μέτρου, που ασκείται



συνεχώς κάθετα στο άκρο της αρχίζει να κινείται (**Σχήμα 4**).  $F$

Όταν η ράβδος έχει διαγράψει γωνία  $\varphi = 90^\circ$  και φτάσει στη θέση  $(OD)$ , η δύναμη παύει ακαριαία να ασκείται και ταυτόχρονα συγκρούεται πλαστικά με ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας  $m$  που ενσωματώνεται ακαριαία στο άκρο της  $\Delta$  (**Σχήμα 5**).

Ο χρόνος  $\Delta t$  που θα χρειαστεί η ράβδος με το σώμα μάζας  $m$  για να διαγράψει τη γωνία  $\theta = 90^\circ$  από την θέση  $(OD)$  έως τη θέση  $(OE)$  είναι ίσος με:

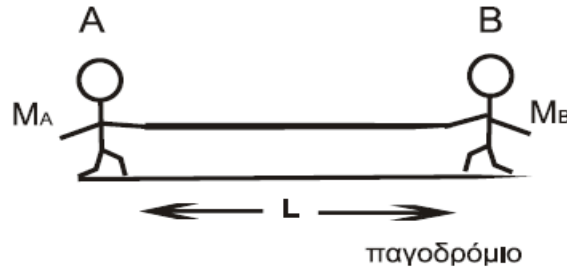
- i)  $\frac{1}{6}$  s      ii)  $\frac{1}{3}$  s      iii)  $\frac{4}{3}$  s

Δίνονται:

- η ροπή αδράνειας της λεπτής ομογενούς ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ίση με  $I_{(\rho\acute{\alpha}\beta\delta\omicron\upsilon)} = \frac{1}{3} ML^2$
- $M = 3$  kg,  $m = 1$  kg,  $L = 1$  m,  $F = 9\pi$  N
- Όπου εμφανίζεται το  $\pi$ , να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

**ΚΡΟΥΣΕΙΣ**

**64.** Δύο μαθητές Α και Β, με μάζες  $M_A$  και  $M_B$  ( $M_A < M_B$ ), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινιού σταθερού μήκους  $L$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι. Οι αγκαλιασμένοι μαθητές:



- θα κινηθούν προς τα αριστερά
- θα κινηθούν προς τα δεξιά
- θα παραμείνουν ακίνητοι.

**65.** Σφαίρα μάζας  $m$  κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά την κρούση, με εφαρμογή των αρχών που διέπουν την ελαστική κρούση.

**66.** Σφαίρα Α μάζας  $m_A$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα Β μάζας  $m_B$ . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την Α στη Β μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν :

- $m_A = m_B$
- $m_A < m_B$
- $m_A > m_B$

**67.** Σώμα μάζας  $m$ , το οποίο έχει κινητική ενέργεια  $K$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $4m$ . Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

- $5K / 4$  .
- $K$
- $7K / 4$

**68.** Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$ , αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι : α .  $\frac{1}{2}$  β . 2 γ . 1

**69.** Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Το σώμα συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου  $v_2$  όπου  $v_2 < v_1$  . Η κρούση είναι: α. Ελαστική β. Ανελαστική.

**70.** Σώμα μάζας  $m_A$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $u_A$  και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_B = 2m_A$ . Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση είναι:

$$\alpha. \Delta K = -\frac{m_A u^2_A}{6}$$

$$\beta. \Delta K = -\frac{m_A u^2_A}{3}$$

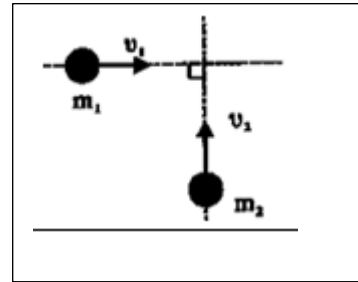
$$\gamma. \Delta K = -2\frac{m_A u^2_A}{3}$$

71. Μικρό σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $2m$ . Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο. Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων

α. αυξήθηκε.                      β. παρέμεινε η ίδια.                      γ. ελαττώθηκε.

72. Δύο σώματα με μάζες  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και  $m_2 = 3 \text{ kg}$  κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες  $v_1 = 4 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 2 \text{ m/s}$  (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

α. 5J                      β. 10J                      γ. 20J



73. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.

74. Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  των δύο σφαιρών είναι: α. 1                      β. 1/3                      γ. 1/2

75. Σφαίρα Α μάζας  $m_A$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα Β μάζας  $m_B$ . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την Α στη Β μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν:

α.  $m_A = m_B$                       β.  $m_A < m_B$                       γ.  $m_A > m_B$

76. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$ , αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι

α.  $\frac{1}{2}$ .                      β. 2.                      γ. 1.

77. Σώμα μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο

α.  $2v$ .                      β.  $\frac{v}{2}$ .                      γ.  $\frac{v}{3}$ .

78. Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με την  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι

α. 50%.                      β. 100%.                      γ. 75%.

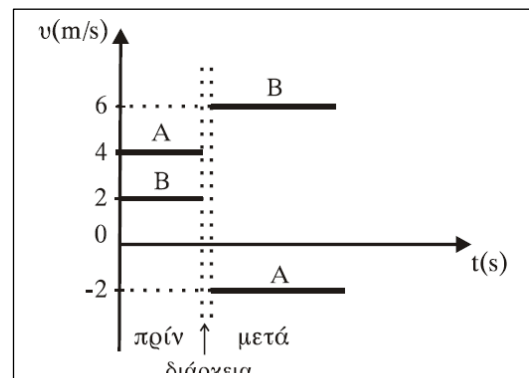
79. Ένα αυτοκίνητο Α μάζας  $M$  βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας  $m$ , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το  $\frac{1}{3}$  της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση,

τότε θα ισχύει: **α.**  $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$ . **β.**  $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$ . **γ.**  $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$ .

80. Δύο σώματα Α και Β, με μάζες  $3m$  και  $m$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα Β αρχική ταχύτητα  $v$  έτσι ώστε να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Α. Η ταχύτητα του σώματος Β μετά την κρούση είναι: **α.**  $-\frac{v}{2}$ . **β.**  $\frac{v}{2}$ . **γ.**  $\frac{v}{4}$ .

81. Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_A$  και  $m_B$ , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο διάγραμμα. Ο λόγος των μαζών  $m_A$  και  $m_B$  είναι

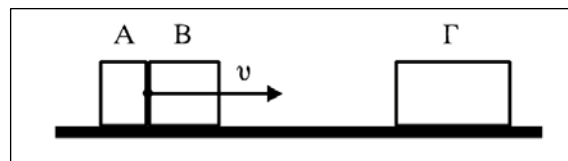
**α.**  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5}$ . **β.**  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$ .  
**γ.**  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$ . **δ.**  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}$ .



82. Ακίνητο σώμα Σ μάζας  $M$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v = 100 \frac{m}{s}$  σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι  $V = 2 \frac{m}{s}$ , τότε ο λόγος των μαζών  $\frac{M}{m}$  είναι ίσος με

**α.** 50. **β.**  $\frac{1}{25}$ . **γ.** 49.

83. Δύο σώματα, το Α με μάζα  $m_1$  και το Β με μάζα  $m_2$ , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα  $v$ . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας  $4m_1$ , το οποίο



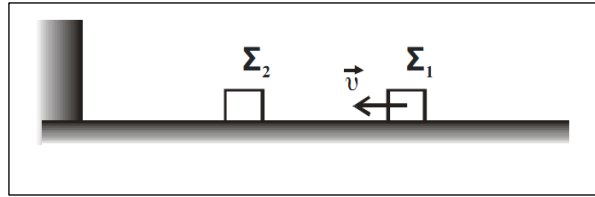
αρχικά είναι ακίνητο. Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα  $v/3$ . Τότε θα ισχύει:

$$\alpha. \frac{m_1}{m_2} = 2.$$

$$\beta. \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}.$$

$$\gamma. \frac{m_1}{m_2} = 1.$$

84. Στο σχήμα, τα δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι όμοια, το δάπεδο είναι λείο και οριζόντιο και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι λείο και ακλόνητο. Το  $\Sigma_2$  είναι αρχικά ακίνητο και το  $\Sigma_1$  κινείται προς το  $\Sigma_2$  με ταχύτητα  $v$ . Οι κρούσεις μεταξύ των



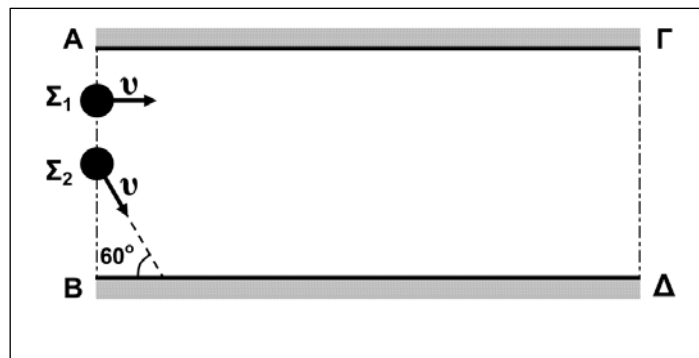
$\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι κεντρικές και ελαστικές και η κρούση του  $\Sigma_2$  με το τοίχωμα είναι ελαστική. Μετά από όλες τις κρούσεις που θα μεσολαβήσουν

α. το  $\Sigma_1$  κινείται με ταχύτητα  $-\bar{v}$ , ενώ το  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο.

β. τα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούνται με ταχύτητα  $-\frac{\bar{v}}{2}$ .

γ. το  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται, ενώ το  $\Sigma_2$  κινείται με ταχύτητα  $2\bar{v}$ .

85. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου  $v$ , παράλληλη



στους τοίχους και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο  $t_1$ . Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα  $\Sigma_2$  που έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία  $\varphi = 60^\circ$  και ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο  $t_2$ . Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση. Τότε θα ισχύει:

$$\alpha. t_2 = 2t_1.$$

$$\beta. t_2 = 4t_1.$$

$$\gamma. t_2 = 8t_1.$$

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

86. Σφαίρα μάζας  $m_1$  κινείται έχοντας κινητική ενέργεια  $K_1$  και συγκρούεται πλαστικά με σφαίρα μάζας  $m_2 = 3m_1$ , η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι ίση με:

$$\alpha. \frac{3}{4}K_1.$$

$$\beta. \frac{1}{4}K_1.$$

$$\gamma. \frac{1}{2}K_1.$$

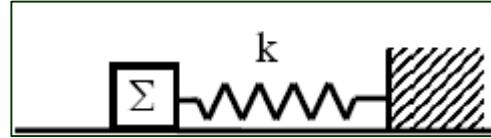




ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Το σώμα  $\Sigma$  του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=900 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T=(\pi/15) \text{ s}$ . Το σώμα τη χρονική στιγμή  $t=0$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα  $v=6 \text{ m/s}$  κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε :

- Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.
- Τη μάζα του σώματος.
- Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως  $(2\pi/15) \text{ s}$ .
- Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει  $K=3U$ , όπου  $K$  η κινητική ενέργεια και  $U$  η δυναμική ενέργεια του συστήματος.



α)  $A=0,2 \text{ m}$  , β)  $m=1 \text{ kg}$  , γ)  $x=0,2 \cdot \eta\mu 30t \text{ (S.I.)}$  , δ)  $x= \pm 0,1 \text{ m}$

2. Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m_1=1,44 \text{ kg}$ , ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθεται ένα πουλί μάζας  $m_2$  και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι  $0,4\pi \text{ m/s}$  και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε  $0,5 \text{ s}$ . Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα  $2,5 \pi \text{ rad/s}$ . Να βρείτε:

- Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης.
- Τη σταθερά του ελατηρίου.
- Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.
- Τη μάζα του πουλιού.

α)  $T=1 \text{ s}$ ,  $A=0,2 \text{ m}$ , β)  $K=9\pi^2 \text{ N/m}$ , γ)  $v'_{\max}=0,5\pi \text{ m/s}$ , δ)  $m_2=0,81 \text{ kg}$

3. Σώμα μάζας  $m_1 = 3 \text{ Kg}$  είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K=400 \text{ N/m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T$  και πλάτος  $A=0,4 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης

θετικής απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή  $t=T/6$ , ένα σώμα μάζας  $m_2=1 \text{ Kg}$  που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας  $m_1$  και έχει ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 8 \text{ m/s}$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό. Να υπολογίσετε:

- την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας  $m_1$
- τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας  $m_1$  τη στιγμή της σύγκρουσης
- την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος
- την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση.

α)  $\phi_0=\pi/2 \text{ rad}$  , β)  $x=+0,2 \text{ m}$  , γ)  $T'=\pi/5 \text{ s}$  , δ)  $E'=58 \text{ J}$

4. Υλικό σημείο  $\Sigma$  εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις :

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \text{ και } x_2 = A\eta\mu(\omega t + \pi/3), \text{ με } A = 4 \text{ cm} \text{ και } \omega = 10 \text{ rad/s.}$$

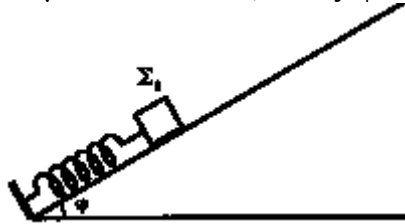
- Να υπολογισθεί το πλάτος  $A_{\text{ολ}}$  της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το  $\Sigma$ .
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το  $\Sigma$ .

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του  $\Sigma$  και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \pi/15$  s μετά από τη στιγμή  $t=0$ .

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή  $t = \pi/120$  s.

α)  $A_{ολ} = 4\sqrt{3}$  cm , β)  $x = 0,04\sqrt{3} \cdot \eta\mu(10t + \pi/6)$  (S.I.) , γ)  $v = -0,6$  m/s , δ)  $K/U = 1$

5. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1$  kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία  $\varphi = 30^\circ$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 100$  N/m το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

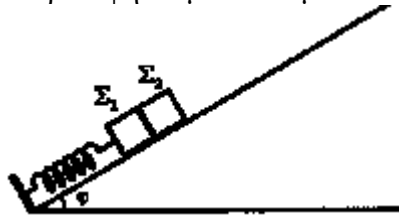


Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma_1$  κατά  $d_1 = 0,1$  m από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ .

Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά  $\Delta l = 0,3$  m. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1$  kg στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα  $\Sigma_1$ , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.



γ. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαφοράς του σώματος  $\Sigma_2$  κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

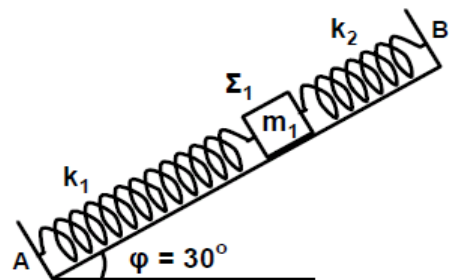
δ. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους. Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = 1/2$ ,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>

β)  $(dP/dt)_{\max} = 10$  N , γ)  $D_2 = 50$  N/m , δ)  $d = 0,3$  m

6. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ . Στα σημεία A και B στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές  $k_1 = 60$  N/m και  $k_2 = 140$  N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 2$  kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνουμε το σώμα  $\Sigma_1$  ελεύθερο.

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



β. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma_1$  βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$  μικρών διαστάσεων μάζας  $m_2=6$  kg. Το σώμα  $\Sigma_2$  δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα  $\Sigma_1$  λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

γ. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .

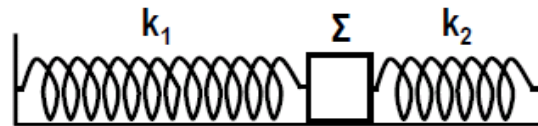
δ. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ώστε το  $\Sigma_2$  να μην ολισθαίνει σε σχέση με το  $\Sigma_1$ .

Δίνεται :  $\eta\mu(\pi/6)=1/2$ ,  $\sigma\upsilon\upsilon\eta(\pi/6)=\sqrt{3}/2$ ,  $g=10\text{m/s}^2$

α)  $D=K_1+K_2$  , β)  $x=0,05\cdot\eta\mu(10t+\pi/2)$  (S.I.) , γ)  $D_2=150$  N/m , δ)  $\mu_{\min}=2\sqrt{3}/3$

7. Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές  $k_1=60\text{N/m}$  και  $k_2=140\text{N/m}$  αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=2\text{kg}$  και το

κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma$  κατά  $A=0,2$  m προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

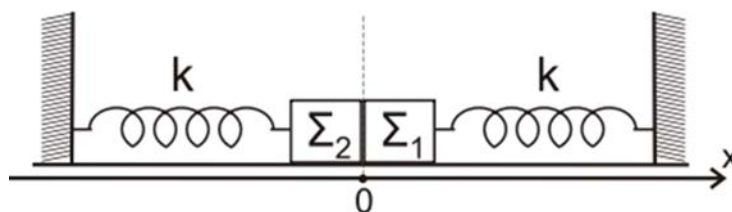
β. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.

γ. Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ .

δ. Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση  $x=+\frac{A}{2}$  αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο  $k_2$ . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης

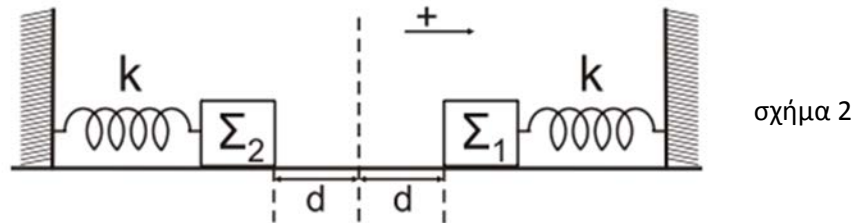
α)  $D=K_1+K_2$  , β)  $x=0,2\cdot\eta\mu(10t+\pi/2)$  (S.I.) , γ)  $U/E_{\text{ολ}}=25x^2$  , δ)  $A_1=\sqrt{11}/10$  m

8. Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , του σχήματος 1, με μάζες  $m_1 = 1$  kg και  $m_2 = 4$  kg αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς  $k = 100$  N/m, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη.



σχήμα 1

Μετακινούμε τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά  $d = 0,2 \text{ m}$  το καθένα (σχήμα) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.



**Γ1.** Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων  $x_1$  και  $x_2$  των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το  $\Sigma_2$  προς  $\Sigma_1$  και ως  $x = 0$  ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 1.

**Γ2.** Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση  $x = -\frac{d}{2}$ . Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

**Γ3.** Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

**Γ4.** Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

$$a. x_1 = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right), x_2 = 0,2\eta\mu\left(5t + 3\frac{\pi}{2}\right), \beta. |v_1| = \sqrt{3}\frac{m}{s}, |v_2| = \frac{\sqrt{3}m}{2s}$$

$$\gamma. -2kx, \delta. 20\sqrt{1,3}N$$

**9.** Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής, είναι δεμένο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=1 \text{ kg}$ .

Το ελατήριο είναι ιδανικό και έχει σταθερά  $k=100 \text{ N/m}$ . Το σώμα ισορροπεί με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος το οποίο ασκεί δύναμη

$F=20 \text{ N}$  στο σώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

**Γ1.** Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

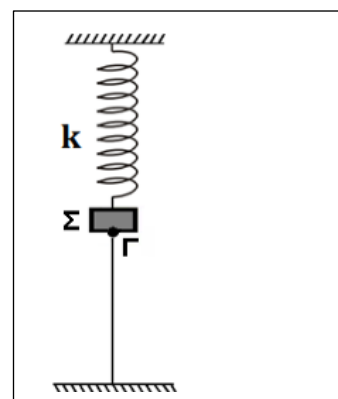
Την χρονική στιγμή  $t_0$  κόβεται το νήμα στο σημείο  $\Gamma$ .

**Γ2.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$ .

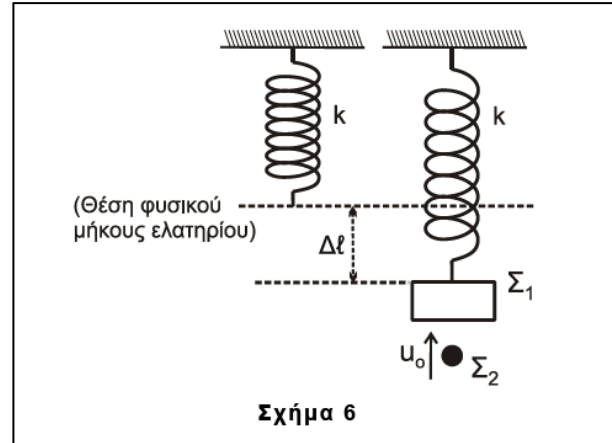
**Γ3.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma$  σε συνάρτηση με το χρόνο. Θετική φορά θεωρείται η φορά του βάρους.

**Γ4.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με  $\frac{4}{5}$  της ολικής ενέργειας ταλάντωσης.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .



10. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k$  έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου αναρτάται σώμα  $\Sigma 1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και, όταν το σώμα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με  $\Delta l = 0,05 \text{ m}$ . Δεύτερο σώμα  $\Sigma 2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$  κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται πλαστικά με ταχύτητα μέτρου  $u_0$  με το σώμα  $\Sigma 1$  (Σχήμα 6) διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την



κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης  $D = k$  και φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

1. Να υπολογίσετε τη σταθερά  $k$  του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα
2. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma 2$  πριν την κρούση.
3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma 2$  κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
4. Αν  $t_0=0$  η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Να θεωρήσετε : θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, ότι κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας, ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $\eta\mu \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ . Στο ανώτερο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου στερεώνουμε το άνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 200 \text{ N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ , που ισορροπεί.

Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω (προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) κατά  $d = 0,1 \text{ m}$  από τη θέση ισορροπίας, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και μετά το αφήνουμε ελεύθερο. Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης.

Γ2. Σε ποιες τιμές της απομάκρυνσης του ταλαντωτή ο λόγος της κινητικής ενέργειας  $K$  του σώματος προς την ολική ενέργεια  $E$  της ταλάντωσης είναι  $K/E = 1/4$ ;

Γ3. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου  $F_{ελ}$  προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς  $F_{επ}$  στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος.

Γ4. Αν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς τα επάνω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που για πρώτη φορά το σώμα περνά από τη θέση που το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.

Θεωρήστε θετική φορά απομάκρυνσης την προς τα επάνω.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και
- $\eta\mu 30^\circ = \eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ .



ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

**12.** Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας  $M=3\text{Kg}$  και ακτίνας  $R=0,2\text{m}$ , μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  ασκούμε στο δίσκο δύναμη  $F$  σταθερού μέτρου  $3\text{N}$  που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια  $K=75\text{J}$ . Να υπολογίσετε :

α. τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του β. τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου

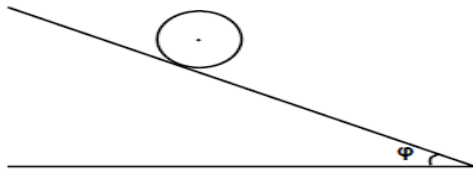
γ. τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1$

δ. τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση  $I_{\text{cm}} = MR^2 / 2$ .

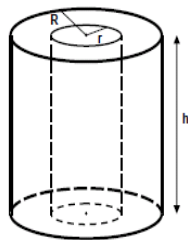
α)  $I_{\text{cm}} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  , β)  $a_\gamma = 10 \text{ rad/s}^2$  , γ)  $\omega_1 = 50 \text{ rad/s}$  , δ)  $I = 9 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**13.** Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$ . Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ ), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi$ , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

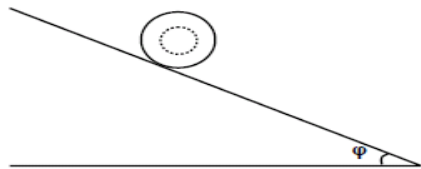
β. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος  $h$ , αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας  $r$ , όπου  $r < R$ , όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονα του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος, είναι:

$$I_{\text{κοιλ}} = \frac{1}{2} MR^2 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Στη συνέχεια λιπαίνουμε το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και το επανατοποθετούμε στη θέση του, ούτως ώστε να εφαρμόζει απόλυτα με τον κοίλο κύλινδρο χωρίς τριβές. Το νέο σύστημα που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ ), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

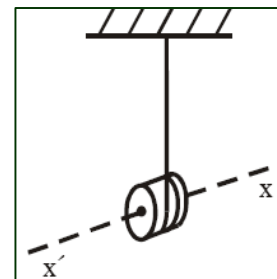


γ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος.

δ. Όταν  $r = \frac{R}{2}$ , να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος. Ο άξονας του συστήματος διατηρείται πάντα οριζόντιος. Δίνονται: Η ροπή αδράνειας  $I$  συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$ , ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται:  $I = \frac{1}{2} MR^2$ , Ο όγκος  $V$  ενός συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας  $R$  και ύψους  $h$ :  $V = \pi R^2 h$

$$\alpha) a_{cm} = 2g\eta\mu\phi/3, \gamma) a'_{cm} = 2g\eta\mu\phi/[3-(r/R)^4], \delta) K_{μετ}/K_{περ} = 32/15$$

**14.** Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα  $m=0,12\text{kg}$  και ακτίνα  $R=1,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$ . Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα  $x'x$ , ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου.



Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους  $\ell=20R$ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm}=2\text{m/s}$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm}=2\text{m/s}$ , το νήμα κόβεται.

Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου  $0,8\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t=0$ , μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο  $0,8\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

α.  $1,35 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$ , β.  $6 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2/\text{s}^2$ , γ.  $1,8 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2/\text{s}^2$ ,  $0 \leq t < 0,3\text{s} : 6 \cdot 10^{-3}t$ ,  $0,3\text{s} \leq t < 1,1\text{s} : 1,8 \cdot 10^{-3}$

**15.** Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας  $m=10\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{m}$  κυλιέται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\phi$  με

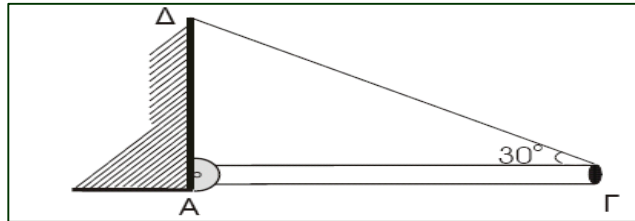
$\eta\mu\phi=0,56$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο  $v_0=8\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

- το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή  $t=0$ .
- το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.
- το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.
- το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει  $30/\pi$  περιστροφές .

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της  $I = 2mR^2 / 5$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

α)  $\omega_0=80 \text{ rad/s}$  , β)  $a_{cm}=4 \text{ m/s}^2$  , γ)  $|dL/dt|=1,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$  , δ)  $v_{cm}=4 \text{ m/s}$

**16.** Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



**A.** α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

**B.** Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

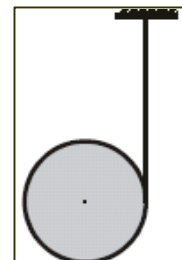
- Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.
- Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την αρχική της θέση.
- Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται :  $\sin 30^\circ = \eta\mu 60^\circ = \sqrt{3}/2$ ,  $I_{P(A)}=1\text{kgm}^2$

α)  $T=30 \text{ N}$ ,  $F_A=30 \text{ N}$  , β)  $\alpha_\gamma=15 \text{ rad/s}^2$  , γ)  $|dL/dt|=7,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$  , δ)  $K=15 \text{ J}$

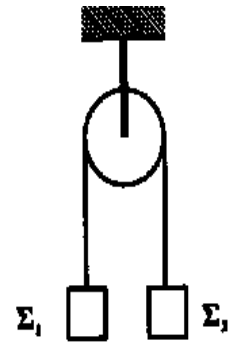
**17.** Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα  $M=6\text{kg}$  και ακτίνα  $R=0,1\text{m}$ , έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά  $h = 5/3 \text{ m}$  αποκτά μεταφορική ταχύτητα  $v_{cm}=5\text{m/s}$ . Να βρείτε:

- Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.
- Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.
- Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.
- Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική ,κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



α)  $a_{cm}=7,5 \text{ m/s}^2$  , β)  $\alpha_\gamma=75 \text{ rad/s}^2$ ,  $T=15 \text{ N}$  , γ)  $K_{\text{περ}}/K_{\text{μετ}}=1/3$  , δ)  $K_{\text{περ}}=56,25\cdot t^2 \text{ (S.I.)}$

18. Η τροχαλία του σχήματος είναι ομογενής με μάζα  $m=4$  kg και ακτίνα  $R=0,5$  m. Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες  $m_1=2$  kg και  $m_2=1$  kg αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα στο ίδιο ύψος. Κάποια στιγμή ( $t_0=0$ ) αφήνονται ελεύθερα. Να βρείτε:

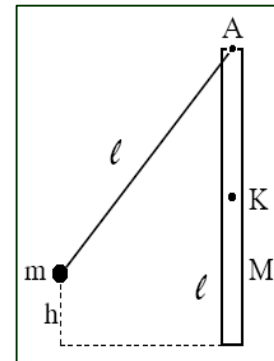


- Το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσουν τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$
- Τα μέτρα των τάσεων των νημάτων.
- Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας τη στιγμή  $t=2$  s.
- Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη στιγμή που το κάθε σώμα έχει μετατοπιστεί κατά  $h=3$  m.

Δίνεται:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι  $I=\frac{1}{2}mR^2$ . Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

α)  $a=2$  m/s<sup>2</sup>, β)  $T_1=16$  N,  $T_2=12$  N, γ)  $\omega=8$  rad/s, δ)  $K_{ολ}=30$  J

19. Ομογενής ράβδος μήκους  $\ell=2$  m και μάζας  $M=3$  kg, είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα A, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα A είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος  $\ell$ , στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας  $m=0,5$  kg. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος  $h=0,8$  m πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου. Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να βρείτε:

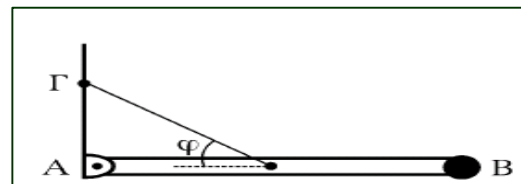


- Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.
- Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας K της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.
- Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:  $I_{cm} = (1/12) M\ell^2$

α)  $v=4$  m/s, β)  $\omega=1$  rad/s, γ)  $v_K=1$  m/s, δ)  $Q=2$  J, ε)  $h=1/15$  m

20. Μια ομογενής ράβδος AB που έχει μήκος  $\ell = 1$  m και μάζα  $M = 6$  kg, έχει στο άκρο της B μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα  $m=2$  kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της A μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



A. Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

β. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου– σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

**Β.** Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

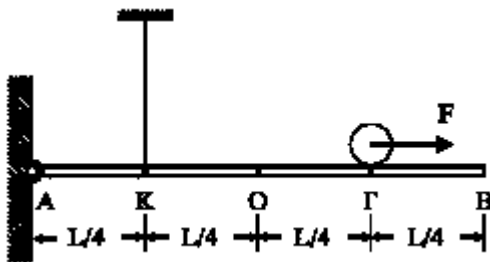
γ. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

δ. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της:  $I_{cm} = (1/12) Ml^2$

$$\alpha) T=200 \text{ N} , \beta) I=4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 , \gamma) a_\gamma=12,5 \text{ rad/s}^2 , \delta) v=5 \text{ m/s}$$

**21.** Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους  $L=4\text{m}$  και μάζας  $M=2\text{kg}$  ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας  $m=2,5\text{kg}$  και ακτίνας  $r=0,2\text{m}$ .

Δίνονται  $AK=L/4$      $AG=3L/4$

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή  $t=0$  ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=7\text{N}$ , με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας  $m$  ως προς το κέντρο μάζας της  $I=2mr^2/5$  και  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

$$\alpha) T=115 \text{ N} , \beta) a_{cm}=2 \text{ m/s}^2 , \gamma) v_{cm}=2 \text{ m/s} , \delta) L=0,4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

**22.** Αβαρής ράβδος μήκους  $3d$  ( $d=1\text{m}$ ) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση  $2d$  από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα  $m_A=1 \text{ kg}$  και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα  $m_\Gamma=6 \text{ kg}$ . Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας  $M=4 \text{ kg}$  από την οποία κρέμονται οι μάζες  $m_1=2 \text{ kg}$ ,  $m_2=m_3=1 \text{ kg}$ . Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο'.

α. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση. Κόβουμε το ΟΒ, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

β. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφο.

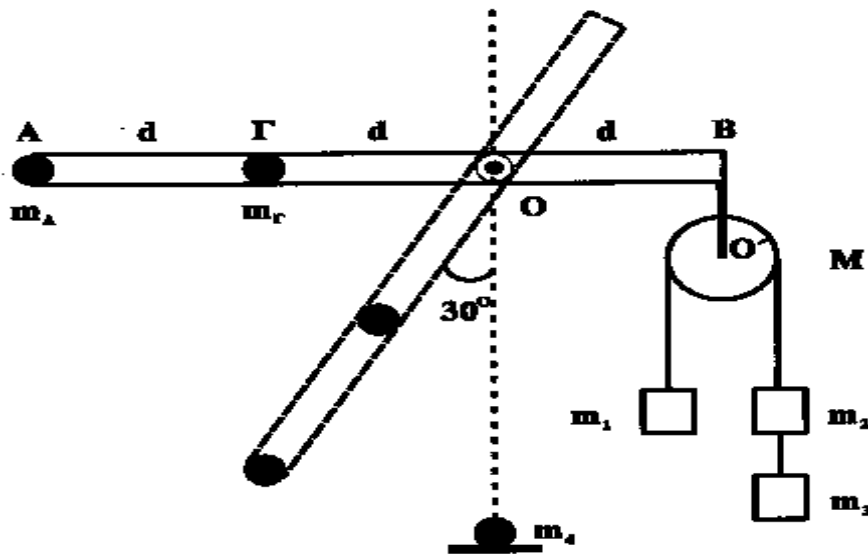
Όταν η σημειακή μάζα  $m_A$  φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα  $m_4=5\text{ kg}$ .

γ. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα  $m_2$  και  $m_3$  και αντικαθιστούμε την  $m_A$  με μάζα  $m$ .

δ. Πόση πρέπει να είναι η μάζα  $m$ , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

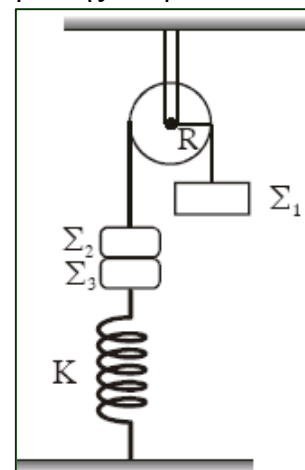


Δίνεται:  $g=10\text{ m/s}^2$ ,  $\eta_{30^\circ}=1/2$ , ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $I=MR^2/2$ .

β)  $\alpha_\gamma=4\text{ rad/s}^2$ , γ)  $v'_A=8/3\text{ m/s}$ , δ)  $m=0,4\text{ kg}$

23. Τροχαλία μάζας  $M = 6\text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,25\text{ m}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 4\text{ kg}$  και  $m_2 = 1\text{ kg}$  αντίστοιχα. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι κολλημένο με σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 1\text{ kg}$ , το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K=100\text{ N/m}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ( $t = 0$ ), τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  αποκολλώνται και το  $\Sigma_3$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφου.

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_3$ .





β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma_3$  σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ .

δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή  $t = 0,1$  s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I = MR^2 / 2$ , η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

α)  $A = 0,3 \text{ m}$ , β)  $y = 0,3 \cdot \eta\mu(10t + \pi/2)$  (S.I.), γ)  $\alpha_\gamma = 15 \text{ rad/s}^2$ , δ)  $dK/dt = 675/160 \text{ J/s}$

24. Ομογενής ράβδος μήκους  $L = 0,3 \text{ m}$  και μάζας  $M = 1,2 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

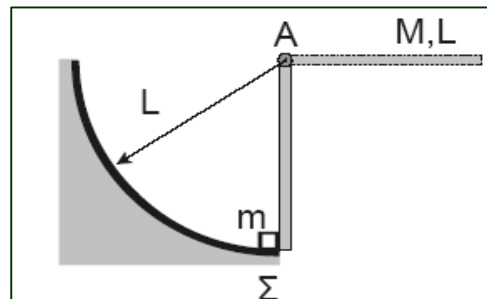
β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα  $\Sigma$  αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα  $m = 0,4 \text{ kg}$ . Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας  $L$ , ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι  $\omega/5$ , όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$  αμέσως μετά την κρούση.

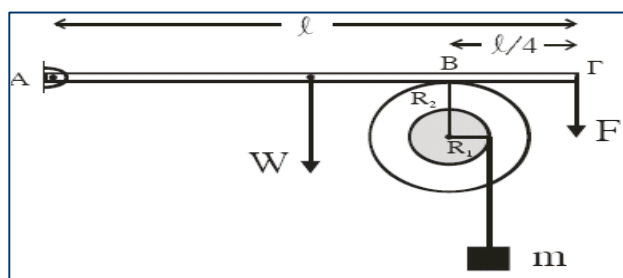
δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση. Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α  $I = ML^2 / 3$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

α)  $\alpha_\gamma = 50 \text{ rad/s}^2$ , β)  $L = 0,36 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ , γ)  $v = 2,4 \text{ m/s}$ , δ) 32%



25. Ακαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος  $\ell$  και μάζα  $M = 3 \text{ kg}$  έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F$  μέτρου  $9 \text{ N}$ , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1 = 0,1 \text{ m}$  και  $R_2 = 0,2 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $\ell/4$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού



ως προς τον άξονα περιστροφής είναι  $I=0,09 \text{ kg m}^2$ . Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ .

α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο B από το στερεό.

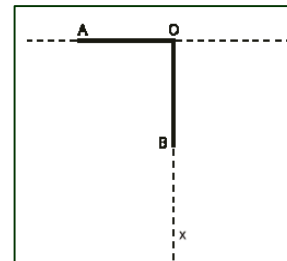
β. Αν το σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

γ. Στο σημείο επαφής B μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m$ , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

$$\alpha) N_B=32 \text{ N}, \beta) T_{στ}=5 \text{ N}, \gamma) v=1 \text{ m/s}, \delta) dW/dt=dK/dt=9 \text{ J/s}$$

**26.** Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι OA και OB, που έχουν μάζα  $M = 4 \text{ Kg}$  και μήκος  $L = 1,5 \text{ m}$  η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο AOB, που διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος OA είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = ML^2 / 12$ .



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O.

β. Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο O, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης.

Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Ox, να υπολογίσετε:

γ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

δ. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο O. Δίνονται :  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta_{45^\circ} = \sigma_{45^\circ} = \sqrt{2}/2 = 0.7$

$$\alpha) I=3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \beta) a_\gamma=5 \text{ rad/s}^2, \gamma) \omega=2 \text{ rad/s}, \delta) L=6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

**27.** Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος  $L = 4\text{m}$ , μάζα  $M = 3\text{kg}$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας  $m_1 = 0,6\text{kg}$  και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας  $m_2 = 1\text{kg}$  το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με  $2,8\text{m}$ . Όλη η διάταξη βρίσκεται

στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.

**A.** Να υπολογίσετε:

α. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου  $m_1$  ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

β. το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

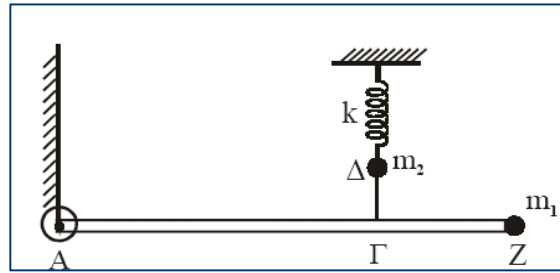
**B.** Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο  $m_2$  εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα  $m_1$ , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο A. Να υπολογίσετε:

γ. το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο  $m_2$  από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

δ. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Z, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ , ροπή αδράνειας της ράβδου:  $I_{CM} = ML^2/12$ .

α)  $I_{ολ} = 25,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , β)  $T = 30 \text{ N}$ , γ)  $t = 0,314 \text{ s}$ , δ)  $v_z = 10,24 \text{ m/s}$



**28.** Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα  $\Sigma_1$  και σε απόσταση  $h$  βρίσκεται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 200 \text{ N/m}$  η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας–σώματος  $\Sigma_1$  να κινηθεί. Μετά από χρόνο  $t = 1 \text{ s}$  το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ , ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

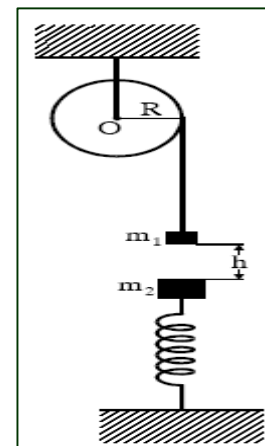
α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα  $\Sigma_1$  μέχρι την κρούση.

β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση  $x = 0,1 \text{ m}$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας. Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I = MR^2/2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

α)  $a = 4 \text{ m/s}^2$ , β)  $K_{τρ} = 12 \text{ J}$ , γ)  $A = 0,15 \text{ m}$ , δ)  $|dp/dt| = 20 \text{ N}$



**29.** Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  αφήνεται από την ηρεμία (θέση A) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση  $h$  (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι  $v_{cm} = 8\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του κυλίνδρου στη θέση Γ.

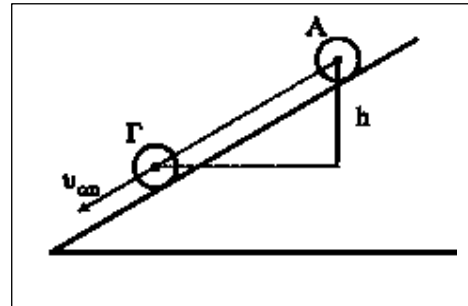
β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.

γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση  $h$ .

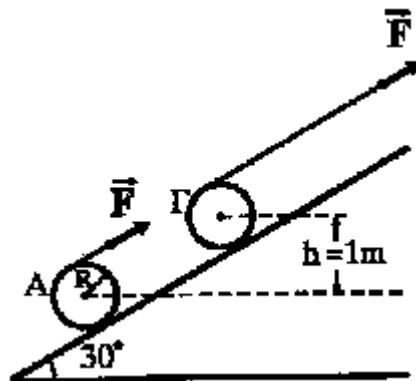
δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής του. Δίνεται:  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I = mR^2/2$

α)  $\omega_{\Gamma} = 40\text{ rad/s}$  , β)  $L_{\Gamma} = 4\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$  , γ)  $h = 4,8\text{ m}$  , δ)  $K_{\text{μετ}}/K_{\text{περ}} = 2$



30. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας  $M = 40\text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2\text{ m}$ , έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη  $F$  παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $30^\circ$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλιέται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης  $F$ , ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη  $F = 130\text{N}$ , όπως στο σχήμα:

β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

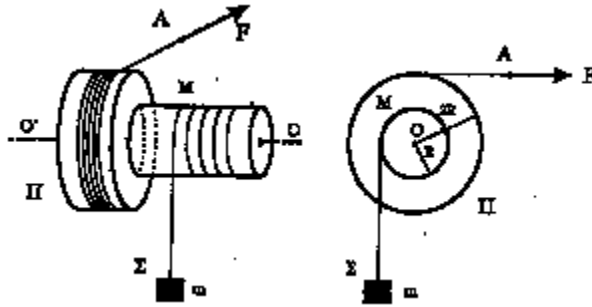
γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται  $h = 1\text{ m}$  ψηλότερα από τη θέση Α.

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης  $F$  κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ , ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I = MR^2/2$ ,  $\eta_{30^\circ} = 1/2$

α)  $F = 100\text{ N}$  , β)  $a_{cm} = 1\text{ m/s}^2$  , γ)  $L = 8\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$  , δ)  $W_F = \Delta E_M = 520\text{ J}$

31. Στερεό  $\Pi$  μάζας  $M=10\text{Kg}$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , όπου  $R=0,2\text{m}$  όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού  $\Pi$  ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I=MR^2$ . Το στερεό  $\Pi$  περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα  $O'O$  που συμπίπτει με τον άξονα του. Το σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=20\text{Kg}$  κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας  $R$ . Γύρω από το τμήμα του στερεού  $\Pi$  με ακτίνα  $2R$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο  $A$  του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$



- α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης  $F_0$  που ασκείται στο ελεύθερο άκρο  $A$  του νήματος ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο  
Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει  $F=115\text{N}$   
β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma$   
Για τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma$  έχει ανέλθει κατά  $h=2\text{m}$ , να βρείτε :  
γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού  $\Pi$  ως προς τον άξονα περιστροφής του  
δ. Τη μετατόπιση του σημείου  $A$  από την αρχική του θέση  
ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης  $F$  που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού  $\Pi$  κατά τη μετατόπιση του σώματος  $\Sigma$  κατά  $h$

$g = 10 \text{ m/s}^2$ . Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό

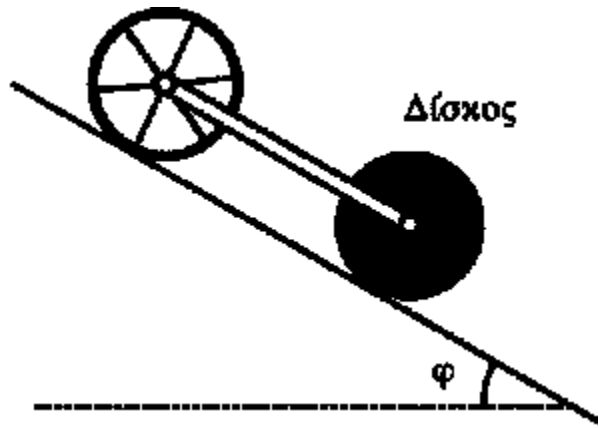
α)  $F_0=100 \text{ N}$ , β)  $a=1 \text{ m/s}^2$ , γ)  $L=4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ , δ)  $x_A=4 \text{ m}$ , ε)  $100/23 \%$

32. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας  $m=2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $r=1 \text{ m}$ . Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi=30^\circ$  ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση  $x=2 \text{ m}$  σε χρόνο  $t=1 \text{ s}$ .

- α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.  
β. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας  $M$  και ίδιας ακτίνας  $R$ . Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι

$I_1 = MR^2/2$  και του δακτυλίου  $I_2 = MR^2$  ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλιέται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



γ. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών  $K_1 / K_2$  όπου  $K_1$  η κινητική ενέργεια του δίσκου και  $K_2$  η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

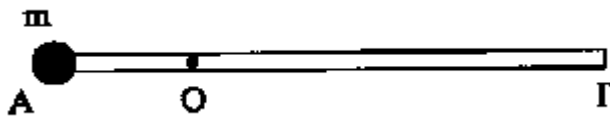
δ. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι  $M=1,4$  kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνεται:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>,  $\eta\mu 30^\circ=1/2$

α)  $I=0,5$  kg·m<sup>2</sup>, β)  $a_{cm1}=g/3 > a_{cm2}=g/4$ , γ)  $K_1/K_2=3/4$ , δ)  $F=1$  N

**33.** Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $\ell$  και μάζας  $M$  μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι  $\ell/4$ . Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα  $m$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου  $F = 20$  N.

α. Να υπολογιστούν οι μάζες  $m$  και  $M$ .

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

β. το μήκος  $\ell$  της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $a_{γων} = 3,75$  rad/s<sup>2</sup>.

γ. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας  $m$  προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

δ. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία  $\varphi$  ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε  $\eta\mu\varphi = 0,3$ .

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{cm} = 1/12 M \ell^2$ .

α)  $M=m=1$  kg, β)  $\ell=3$  m, γ)  $K_m/K_{ολ}=3/4$ , δ)  $L=18$  kg·m<sup>2</sup>/s

**34.** Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας  $M=6$  kg και μήκους  $\ell=0,3$  m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας  $m=M/2$



α. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

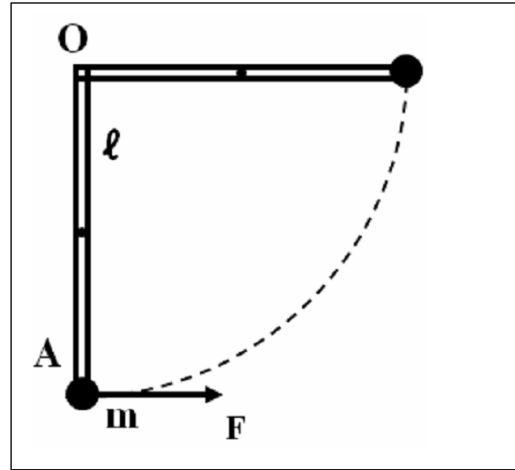
Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου  $F=120/\pi$  N που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

β. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

γ. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση.

δ. Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου  $F'=30\sqrt{3}$  N, που είναι διαρκώς κάθετη στη δοκό. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη (για 1<sup>η</sup> φορά)  
 Δίνεται :  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $I_{\text{cm},\rho}=ML^2/12$ ,  $\eta\mu 30^\circ=\text{συν}60^\circ=1/2$

α)  $I_0=0,45\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , β)  $W_F=18\text{ J}$ , γ)  $\omega=0$ , δ)  $\varphi=60^\circ$  ( $\alpha_\gamma=0$  για 1<sup>η</sup> φορά)



35. Ομογενής και ισοπαχής δοκός (OA), μάζας  $M=6\text{ kg}$  και μήκους  $\ell=0,3\text{ m}$ , μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της O. Στο άλλο της άκρο A υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας  $m=M/2$

α. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου  $F=120/\pi$  N που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

β. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση II.

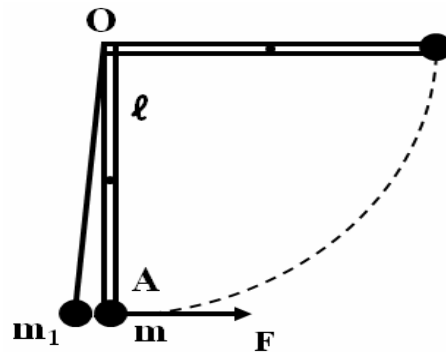
γ. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση Η δοκός με τη μικρή σφαίρα αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση της II, χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Φτάνοντας στην κατακόρυφη θέση I, συγκρούεται με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας  $m_1=M/2$ , που είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $\ell$ .

Το άλλο άκρο του νήματος είναι στερεωμένο στο O. Το σύστημα δοκού-σφαίρας μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.

δ. Βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_1$  αμέσως μετά την κρούση.

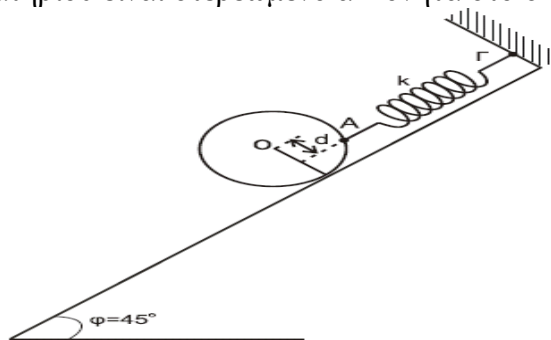
Δίνεται :  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $I_{\text{cm},\rho}=ML^2/12$ ,  $\eta\mu 30^\circ=\text{συν}60^\circ=1/2$

α)  $I_0=0,45\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , β)  $W_F=18\text{ J}$ , γ)  $\omega=0$ , δ)  $v_1=2\sqrt{5}\text{ m/s}$



36. Συμπαγής και ομογενής δίσκος μάζας  $M=2\sqrt{2}\text{ Kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{ m}$  είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$  στο σημείο A και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία  $\varphi=45^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο, όπως

στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση  $d = \frac{R}{2}$  από το κέντρο (O) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.

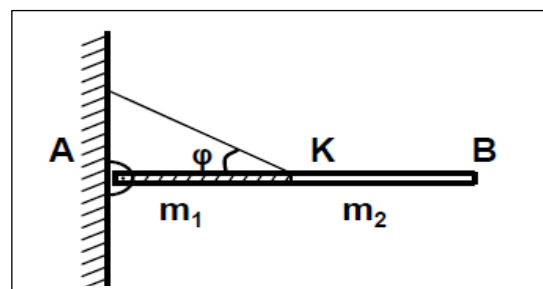


- α. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.
- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής και τριβής να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
- Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο A και ο δίσκος αμέσως κυλιέται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.
- γ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.
- δ. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα  $s = 0.2\sqrt{3}$  m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του  $I_{cm} = MR^2/2$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta_{\mu 45^\circ} = \sqrt{2}/2$

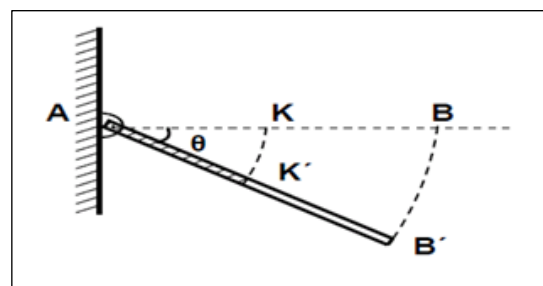
α)  $\Delta \ell = 0,4$  m , β)  $T_{\sigma\tau} = 20$  N (προς τα κάτω) , γ)  $a_{cm} = 10\sqrt{2}/3$  m/s<sup>2</sup> , δ)  $L = 0,2\sqrt{2}$  kg·m<sup>2</sup>/s

**37.** Μια ισοπαχής δοκός AB αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα AK και KB μήκους  $L/2$  το καθένα με μάζες  $m_1 = 5 m_2$  και  $m_2 = 0.5\text{kg}$ . Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο K, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό AB μήκους  $L = 1$  m. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της A να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της K συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με τη δοκό.



- α. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της A σε κατακόρυφο επίπεδο.



- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία  $\theta$ , που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση ( $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ).

- γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου B' της ράβδου ( $v_{B'}$ ) σε συνάρτηση με τη γωνία  $\theta$ .

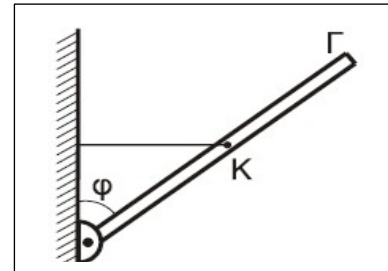
Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία  $\theta = 30^\circ$ , συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας  $m = m_2$ , το οποίο σφηνώνεται στο μέσο  $K$  της ράβδου.

δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνεται :  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $I_{\text{cm},\rho}=ML^2/12$ ,  $\eta_{\mu 30^\circ}=1/2$ ,  $\text{syn}30^\circ=\sqrt{3}/2$

α)  $T=40\text{ N}$ ,  $F_A=10\sqrt{13}\text{ N}$ , β)  $\alpha_\gamma=20 \cdot \text{syn}\theta$  (S.I.), γ)  $2(10\eta\mu\theta)^{1/2}$ , δ) 20%

**38.** Λεπτή άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $\ell=2\text{m}$  και μάζας  $M=5,6\text{kg}$  ισορροπεί με τη βοήθεια οριζώντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Δίνεται:  $\eta\mu\phi=0,6$  και  $\text{syn}\phi=0,8$



α. Να υπολογίσετε τη δύναμη  $F$  που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας  $m = 0,4\text{ kg}$  και ακτίνας  $r = \frac{1}{70}\text{ m}$  κυλιέται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο  $K$  προς το άκρο  $\Gamma$ .

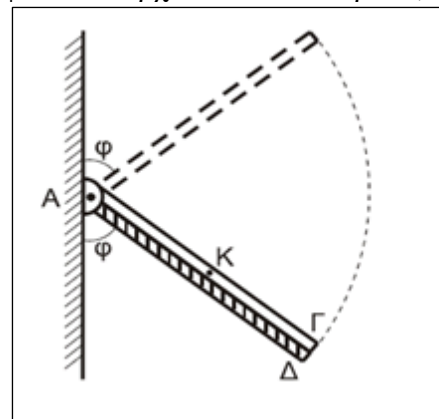
β. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνηση της από το  $K$  στο  $\Gamma$ .

γ. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο  $\Gamma$  να βρεθεί η σχέση που περιγράφει τη τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο  $K$ .

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α χωρίς τριβές.

δ. να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\phi$  με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους  $\ell' = \ell$  και μάζας  $M' = 3M$  είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία  $\phi$  με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.



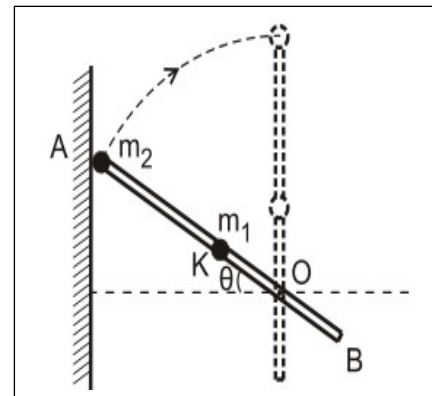
ε. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται :  $g=10\text{m/s}^2$ , η ροπή αδράνειας  $I_\rho$  λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας  $M$  και μήκους  $\ell$ , ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή:  $I_A=ML^2/3$ , ροπή αδράνειας ομογενούς σφαίρας μάζας  $m$  και ακτίνας  $r$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:  $I_{\text{cm}}=2MR^2/5$

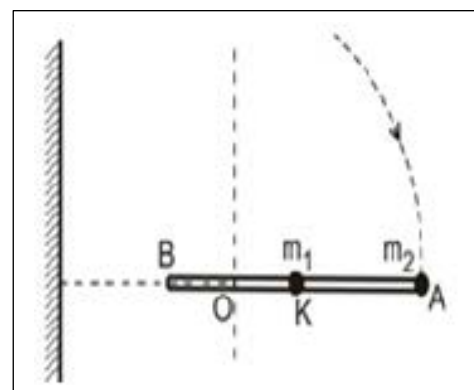
α)  $F_A=70\text{ N}$ ,  $\epsilon\phi\theta=4/3$ , β)  $\alpha_\gamma=-400\text{ rad/s}^2$ , γ)  $T=45+3x$ , δ)  $dK/dt=67,2\sqrt{6}\text{ J/s}$ , ε) 75 %

**39.** Λεπτή άκαμπτη ράβδος AB μήκους  $\ell=1\text{m}$  και μάζας  $M=3\text{kg}$  μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από σημείο (O) αυτής, είναι κάθετος στη ράβδο και απέχει από το άκρο της B απόσταση  $OB=d=\ell/4$ . Στο μέσο της ράβδου (K) και στο άκρο της (A) είναι στερεωμένα δυο σφαιρίδια μάζας  $m_1=m_2=1\text{kg}$ . Δίνοντας κατάλληλη ώθηση το σύστημα περιστρέφεται και χτυπά σε κατακόρυφο τοίχο με το άκρο (A) τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\theta$ , με  $\eta\mu\theta=0,83$ .



- α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής.
- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας  $\omega_2$  του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων αμέσως μετά την κρούση, ώστε αυτό να εκτελέσει οριακά ανακύκλωση.
- γ. Κατά την κρούση με τον τοίχο, το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας είναι το 75% της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων πριν την κρούση. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κατά την κρούση.

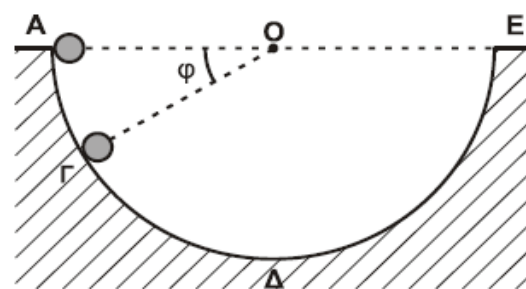
δ. Όταν το σύστημα ράβδου-σφαιριδίων περνά από την οριζόντια θέση για πρώτη φορά, να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου  $m_2$  ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο O.



Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10\text{ m/s}^2$ , ροπή αδράνειας  $I_{cm}$  λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας  $M$  και μήκους  $\ell$ , ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{cm}=ML^2/12$

- α)  $I=17/16\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , β)  $\omega_2=\sqrt{5,6}\text{ rad/s}$ ,
- γ)  $\Delta L=51\sqrt{5,6}/16\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ , δ)  $630/68\text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$

**40.** Από το εσωτερικό άκρο A ενός ημισφαιρίου ακτίνας  $R=1,6\text{m}$  αφήνεται να κυλήσει μία συμπαγής μικρή σφαίρα μάζας  $m=1,4\text{Kg}$  και ακτίνας  $r = \frac{R}{8}$ . Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση.

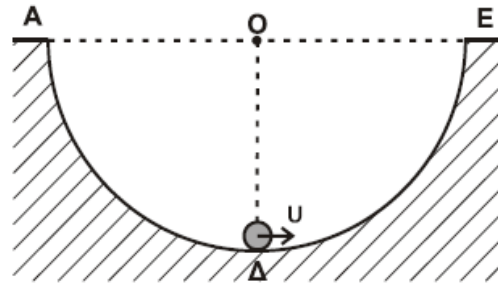


Σχήμα 3

- α. Να εκφράσετε τη στατική τριβή  $T_s$  που ασκείται στη σφαίρα σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας  $\phi$  που σχηματίζει η ακτίνα OΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία AE της επιφάνειας του εδάφους.

β. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου  $\varphi=30^\circ$  (Σχήμα 3).

Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη, εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα  $v=6\text{m/s}$  και κυλιέται χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό του με κατεύθυνση το άκρο Ε (Σχήμα 4).



Σχήμα 4

γ. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της .

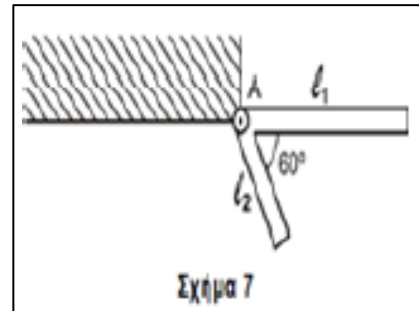
δ. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας, αμέσως μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου στο σημείο Ε .

Δίνονται: ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο

μάζας  $I_{CM} = \frac{2}{5} mr^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$

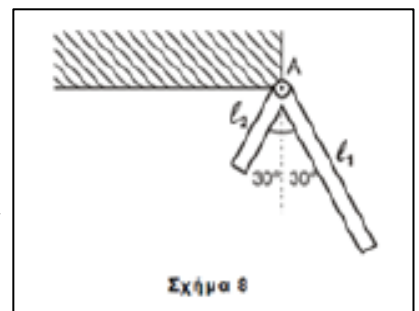
α)  $T_s = 4\text{ συν}\varphi$  (S.I.) , β)  $N=17\text{N}$ , γ)  $h=0,8\text{m}$  δ)  $\frac{\Delta K}{\Delta t} = -56\text{J/s}$  ,  $\frac{\Delta L}{\Delta t} = 0\text{Nm}$

41. Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους Α και σχηματίζουν σταθερή γωνία  $60^\circ$  μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7. Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο Α, χωρίς τριβές. Το σύστημα αφήνεται να περιστραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας από τη θέση του Σχήματος 7, όπου η ράβδος  $l_1$  είναι οριζόντια, με αρχική ταχύτητα μηδέν.



Σχήμα 7

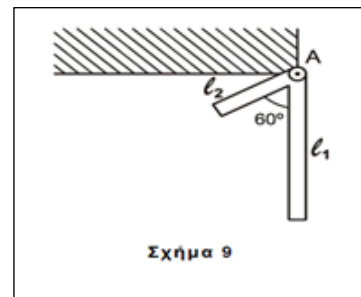
Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι  $l_1 = 4\text{m}$  και  $l_2 = 2\text{m}$ , ενώ η μάζα της ράβδου  $l_2$  είναι  $m_2 = 10\text{kg}$ .



Σχήμα 8

α. Να υπολογίσετε τη μάζα  $m_1$  της ράβδου μήκους  $l_1$ , εάν το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.

β. Να υπολογίσετε τη μάζα  $m_1$  της ράβδου μήκους  $l_1$ , εάν το σύστημα σταματά στιγμιαία, όταν η ράβδος μήκους  $l_1$  φτάνει στην κατακόρυφη θέση που φαίνεται στο Σχήμα 9.



Σχήμα 9

γ. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων του ερωτήματος β στη θέση που απεικονίζεται στο Σχήμα 9



δ. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους  $\ell_2$  του ερωτήματος β στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ , η ροπή αδρανείας ράβδου μήκους  $\ell$  και μάζας  $m$  που περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α,  $I_A = \frac{1}{3} m^2$ , και ότι

$$\sqrt{3}=1,7 \text{ (προσεγγιστικά)}.$$

$$\alpha) m_1=5\text{Kg}, \beta) m_1=1,75 \text{ Kg}, \gamma) \alpha_{\gamma\omega\nu}=-3,75\text{rad/s}^2, \delta) \frac{\Delta L}{\Delta t} = -50\text{Nm}$$

**42.** Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή Ο και η άλλη στο σώμα Σ, το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K=40\text{N/m}$ , που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα 10

Η μάζα της τροχαλίας είναι  $M=1,6\text{kg}$ , η ακτίνα της  $R=0,2\text{m}$ . Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο της και ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας, της δίνεται

$$\text{από τη σχέση } I = \frac{1}{2} MR^2.$$

Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας  $m=1,44\text{kg}$ . Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

α. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ, και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, για πρώτη φορά, το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση  $h$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

β. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση  $h$  της τροχαλίας.

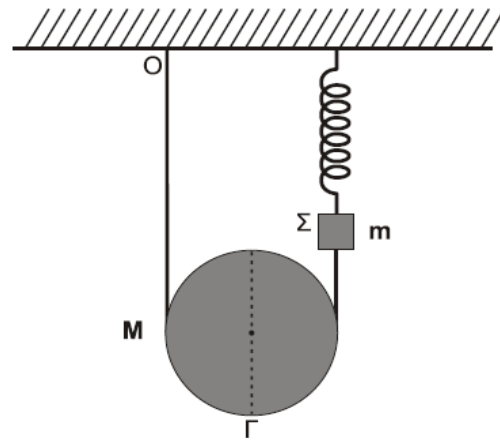
γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή  $t=0 \text{ s}$  αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα πάνω είναι θετική.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας, όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση  $h$ .

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $\pi=\sqrt{10}$  και  $\pi^2=10$  (προσεγγιστικά).

$$\alpha) F_{\text{ελ}}=22,4\text{N}, \beta) h=1,2\text{m}, \gamma) y=0,2\text{m}\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}, \delta) v_{\Gamma}=4\sqrt{2}\text{m/s}$$

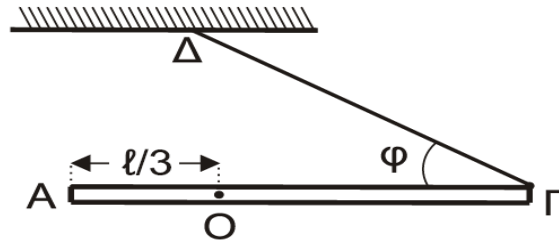
**43.** Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $\ell=1,2\text{m}$  και μάζας  $M=1\text{kg}$  μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο σε απόσταση



Σχήμα 10



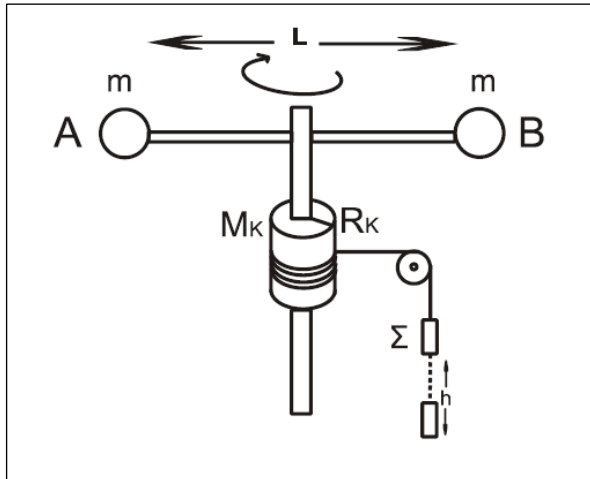
$\ell/3$  από το άκρο Α της ράβδου. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία  $\varphi=30^\circ$  με τη ράβδο, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο Δ όπως στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται.



- α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, πριν κοπεί το νήμα  
 β. Να υπολογίσετε :  
 i) τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της  
 ii) τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία κόβεται το νήμα  
 γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του άκρου Γ της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.  
 δ. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη χρονική στιγμή που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφο, μετά τη διέλευση της για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση. Δίνονται :  $g=10\text{m/s}^2$ , η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της  $I_{\text{cm}}=M^2/12$

$$5\text{N}, 5\sqrt{3}\text{N}, 0,16\text{Kg m}^2, 12,5\text{rad/s}^2, 4\text{m/s}, 1\text{Kg m}^2/\text{s}^2$$

44. Η οριζόντια και ομογενής ράβδος AB του παρακάτω σχήματος, έχει μήκος  $L=0,6\text{m}$  και μάζα  $M=3\text{Kg}$ . Στα άκρα της ράβδου, έχουν στερεωθεί δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων μάζας  $m=0,5\text{Kg}$  το καθένα. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο λεπτό σωλήνα, που περνά από το κέντρο της και έχει αμελητέα μάζα και ακτίνα. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ομογενής κύλινδρος μάζας  $M_K=1\text{Kg}$  και ακτίνας  $R_K=0,2\text{m}$ . Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό, αβαρές νήμα σταθερού μήκους, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται μέσω αβαρούς τροχαλίας, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ένα σώμα Σ μάζας  $m_1=1,25\text{Kg}$ . Αρχικά το σώμα Σ και το σύστημα (ράβδος, σφαιρίδια και κύλινδρος) είναι ακίνητα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα και το σύστημα ξεκινά να περιστρέφεται, ενώ το νήμα δεν ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:



- α. Τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος που αποτελείται από τη ράβδο, τα σφαιρίδια και τον κύλινδρο.  
 β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

γ. Το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκεί το νήμα στο σώμα Σ.

δ. Την κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω περιστροφής, τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία το σύστημα έχει εκτελέσει περιστροφές  $N = \frac{5}{2\pi}$ .

ε. Το ύψος  $h$  κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ την παραπάνω χρονική στιγμή  $t_1$ . Δίνονται:

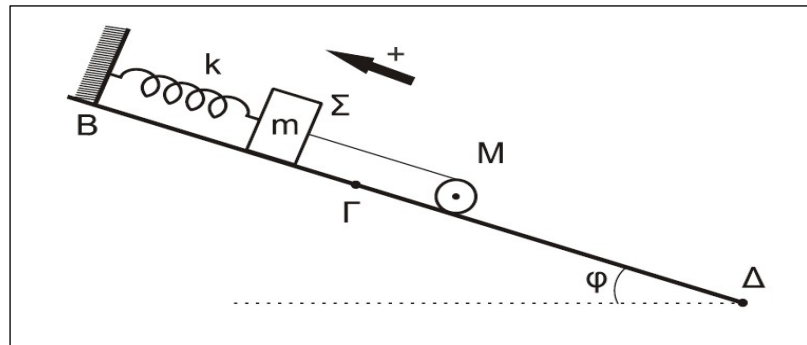
Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ ,

η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I_{cm,K} = \frac{1}{2} MR^2$  η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$0,2 \text{ Kg m}^2, 10 \text{ rad/s}^2, 10 \text{ N}, 10 \text{ J}, 1 \text{ m}$$

45. Σώμα Σ, μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ , είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Το

πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ . Το τμήμα ΒΓ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο. Ομογενής κύλινδρος



μάζας  $M = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,1 \text{ m}$  συνδέεται με το σώμα Σ με τη βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και την επιμήκυνση του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς ολίσθηση.

β. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, όταν θα έχει διαγράψει  $N = \frac{12}{\pi}$  περιστροφές κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο.

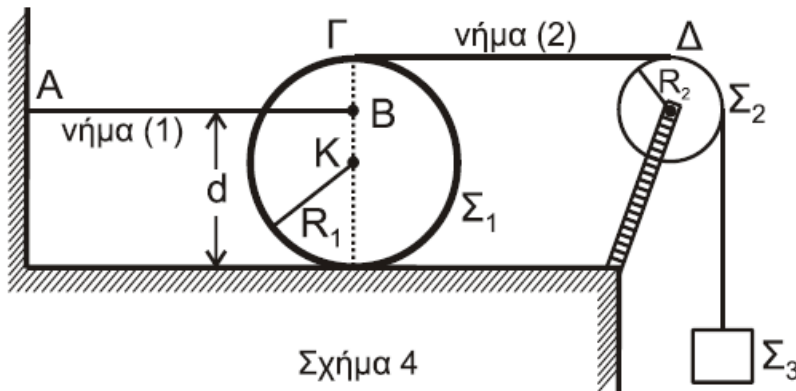
δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο, τη χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$ . Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$   $\eta \mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $0,5MR^2$   
 $5 \text{ N}, 0,1 \text{ m}$ ,  $F = -5\eta \mu(10t + 3\pi/2)$  (S.I.) ,  $0,4 \text{ Kg m}^2/\text{s}$ ,  $100 \text{ J/s}$

46. Ομογενής δίσκος  $\Sigma_1$  έχει μάζα  $M_1=8\text{kg}$  και ακτίνα  $R_1=0,2\text{m}$ . Στο σημείο B της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση  $d=3R/2$  από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1).

Το άλλο άκρο A του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου  $\Sigma_1$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία  $\Sigma_2$ , μάζας  $M_2=2\text{kg}$  και ακτίνας  $R_2=0,1\text{m}$ . Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα  $\Sigma_3$ , μάζας  $M_3=1\text{kg}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο  $\Sigma_1$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  το νήμα (1) κόβεται. Το σώμα  $\Sigma_3$  κατέρχεται με επιτάχυνση. Η τροχαλία  $\Sigma_2$  αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος  $\Sigma_1$  αρχίζει να κυλιέται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου  $\Sigma_1$ .

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφομής της τροχαλίας  $\Sigma_2$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1\text{s}$ .

δ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_3$  για την κίνηση του από τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1=1\text{s}$ .

Δίνονται:  $I_{CM,ΔΙΣΚΟΥ}=I_{CM,ΤΡΟΧΑΛΙΑΣ}=1/2 MR^2$ ,  $g=10\text{m/s}^2$ ,

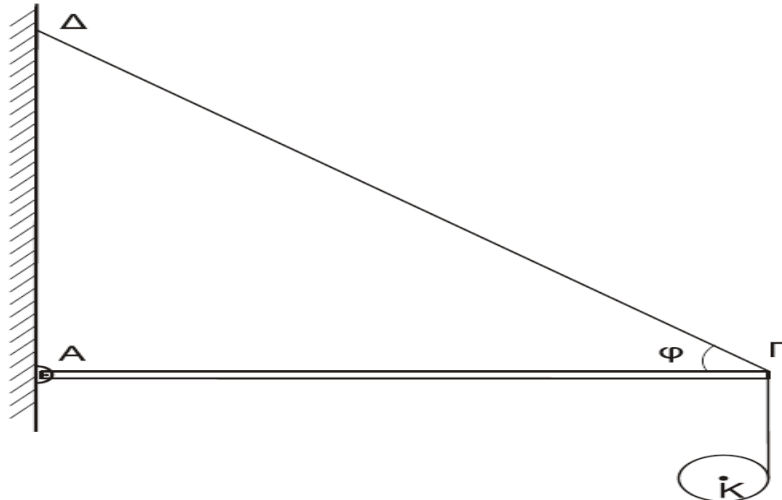
Να θεωρήσετε ότι :

- η τριβή του νήματος (2) τόσο με το δίσκο  $\Sigma_1$ , όσο και με την τροχαλία  $\Sigma_2$ , είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια όλου του φαινομένου, ο δίσκος παραμένει στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να συγκρούεται με την τροχαλία.
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου δεν αλλάζει κατεύθυνση, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
- το σώμα  $\Sigma_3$  έχει αμελητέες διαστάσεις.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

$$40/3 \text{ N}, 1\text{m/s}^2, 0,2\text{Kg m}^2/\text{s}, -10\text{J}$$

47. Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα  $M=4\text{Kg}$ . Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία  $\varphi$ . Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας  $m=2\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{m}$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο

του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ, όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά  $h_1=0,3\text{m}$  το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

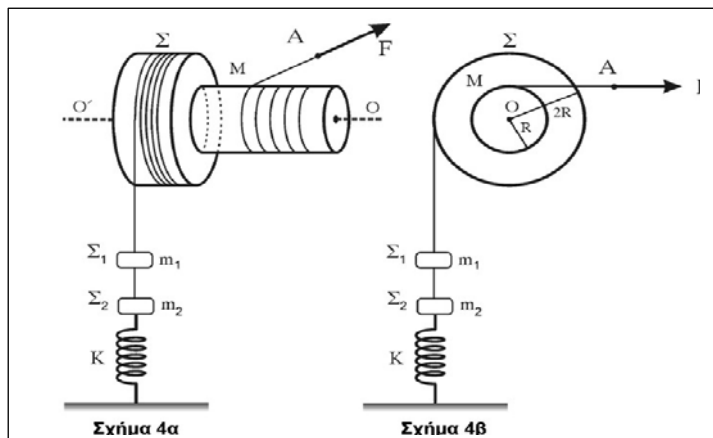
Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t'=0,1\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$
- η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του  $I_{CM}=\frac{1}{2}mR^2$
- $\eta\mu\phi=0,8$ ,  $\sigma\eta\nu\phi=0,6$
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται σε κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του
- ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

1)  $20/3\text{m/s}^2$  2)  $100/3\text{N}$  3)  $0,2\text{Kg m/s}^2$  4)  $2/9$

48. Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας  $M=8\text{ kg}$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R, όπου  $R=0,1\text{ m}$  όπως φαίνεται στα σχήματα 4α και 4β (το 4β αποτελεί εγκάρσια τομή του 4α). Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I=3/2 MR^2$ .



Το στερεό  $\Sigma$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα  $O'O$ . Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας  $R$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο  $A$  του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=100\text{N}$ .

Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας  $2R$ , είναι δεμένο σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=1\text{kg}$ , που συγκρατείται στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K$ .

Το σύστημα του στερεού  $\Sigma$  και των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αρχικά ισορροπεί, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά  $\Delta\ell=0,2\text{m}$  από το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή μηδέν ( $t_0=0\text{s}$ ) το νήμα που συνδέει τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κόβεται. Το σώμα  $\Sigma_2$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το στερεό  $\Sigma$  αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του  $O'O$ .

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς  $K$  του ελατηρίου.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρήστε ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος  $\Sigma_1$  και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του στερεού  $S$ .

Δ5. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $F$ , όταν το στερεό  $\Sigma$  έχει εκτελέσει

$N=20/\pi$  περιστροφές.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

Όπου εμφανίζεται το  $\pi$  να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

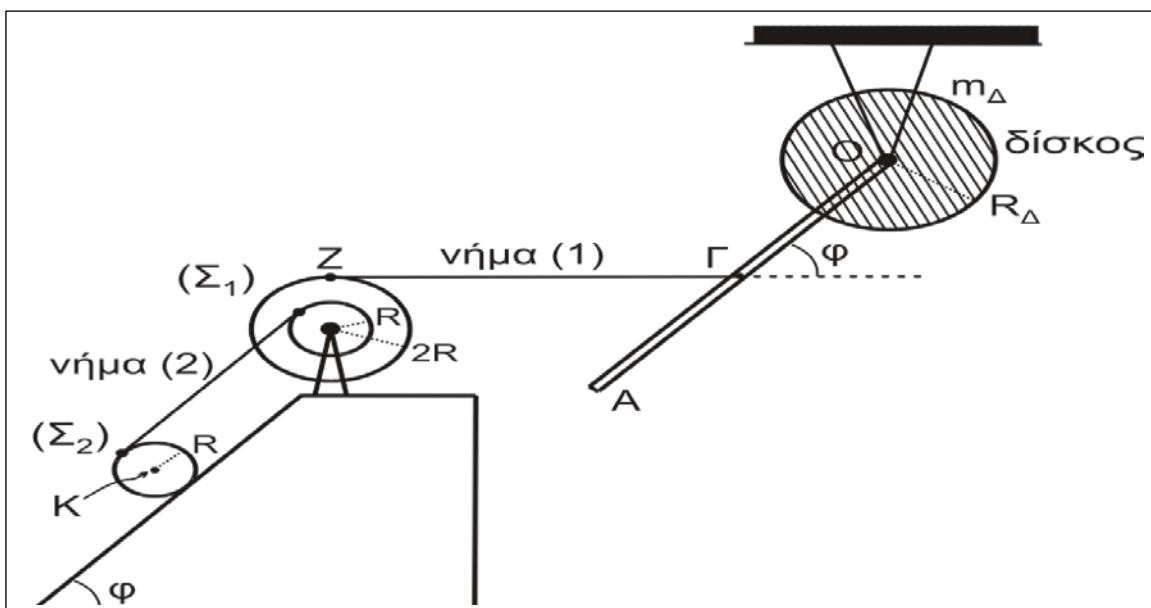
Να θεωρήσετε ότι :

- κατά τη διάρκεια της περιστροφής του στερεού  $\Sigma$  το σώμα  $\Sigma_1$  δεν συγκρούεται με το στερεό  $\Sigma$ .
- η τριβή του νήματος με τους κυλίνδρους του στερεού είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ , ο άξονας του ελατηρίου παραμένει κατακόρυφος.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

$$1) 100\text{N/m} \quad 2) x=0,3\eta\mu(10t+\pi/2) \quad (\text{S.I.}) \quad 3) 6\text{m/s}^2 \uparrow \quad 4) 3,6 \text{ N m} \quad 5) 400\text{J}$$

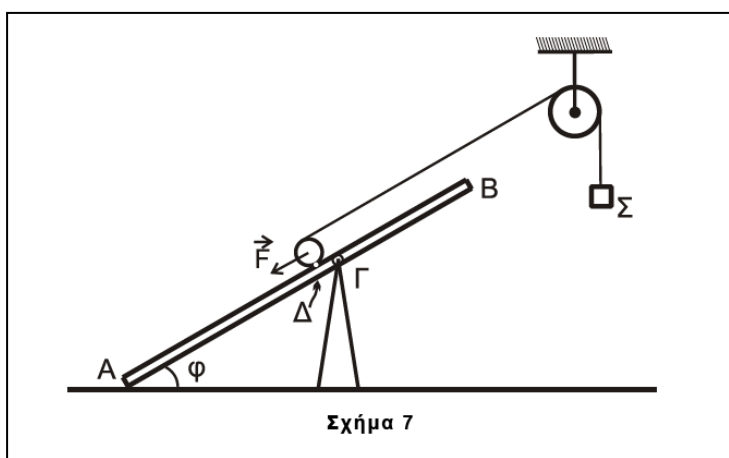
49. Λεπτή ομογενής ράβδος  $OA$  μήκους  $\ell = 3\text{m}$  και μάζας  $M = 8\text{kg}$  είναι σταθερά συγκολλημένη με το ένα άκρο της  $O$  στο κέντρο ομογενούς δίσκου μάζας  $m_\Delta = 4\text{kg}$  και ακτίνας  $R_\Delta = \frac{\sqrt{2}}{2}m$ . Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δυο ομογενείς συγκολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες  $R$ ,  $2R$  όπου  $R=0,2\text{m}$  και η ροπή αδράνειάς της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της είναι  $I_{\text{CM(ΤΡΟΧΑΛΙΑ)}}=1,95\text{kgm}^2$ .

Ένα δεύτερο λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), που είναι απράλληλο σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσης  $\phi$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα αυκάκι του εσωτερικού δίσκου της τροχαλίας  $\Sigma_1$  και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στη περιφέρεια ενός ομογενούς κυλίνδρου  $\Sigma_2$  μάζας  $m=30\text{kg}$  και ακτίνας  $R$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής O. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το νήμα ZΓ που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία κόβεται και ο κύλινδρος αρχίζει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.
  2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τ ο ν άξονα περιστροφής O τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .
  3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου- δίσκου τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος.
  4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας K του ομογενούς κυλίνδρου καθώς και την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν έχει διανύσει διάστημα  $s = 2m$  στο κεκλιμένο επίπεδο
- Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2, I_{cm,ΔΙΣΚΟΥ} = I_{cm,ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ} = \frac{1}{2}MR^2,$   
 $I_{cm,ΡΑΒΔΟΥ} = \frac{1}{12}ML^2, \eta\mu\phi = 0,8, \text{ συν}\phi = 0,6$

50. Ομογενής, άκαμπτη και μικρού πάχους σανίδα AB μάζας  $M = 2\text{kg}$  και μήκους  $\ell = 4\text{m}$  ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η σανίδα ακουμπά με το άκρο της A στο λείο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία  $\phi = 30^\circ$  με αυτό. Η σανίδα συνδέεται με την κορυφή του υποστηρίγματος με άρθρωση σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της B απόσταση  $(B\Gamma) = 1,5\text{m}$ . Η σανίδα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετος στο





επίπεδο του σχήματος).

Ομογενής κύλινδρος μάζας  $M_K = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R_K$  βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα στο σημείο  $\Delta$ , το οποίο απέχει από το  $\Gamma$  απόσταση  $(\Gamma\Delta) = 0,2 \text{ m}$ . Στο μέσο της επιφάνειας του κυλίνδρου, που φέρει ένα λεπτό αυλάκι, έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα  $\Sigma$  μικρών διαστάσεων μάζας  $M_\Sigma = 2 \text{ kg}$ .

Το νήμα περνάει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας  $M_T = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R_T$ , την οποία έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας.

Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία έχει διεύθυνση παράλληλη με τη σανίδα.

Αρχικά ασκούμε δύναμη  $\vec{F}$  στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου με διεύθυνση παράλληλη προς την διεύθυνση  $AB$ , ώστε το σύστημα κύλινδρος-τροχαλία-σώμα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 7**.

**1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  καταργούμε ακαριαία τη δύναμη και το σώμα  $\Sigma$  αρχίζει να κατέρχεται κατακόρυφα, ενώ ο κύλινδρος αρχίζει να ανέρχεται στη σανίδα εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

**2.** Να αποδείξετε ότι το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατέρχεται το σώμα  $\Sigma$  είναι ίσο με  $4 \text{ m/s}^2$  και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,5 \text{ s}$  κόβουμε ακαριαία το νήμα στο σημείο που εφάπτεται με τον κύλινδρο και στο σημείο πρόσδεσης με το σώμα  $\Sigma$ . Μετά το κόψιμο του νήματος, αυτό δεν εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου και του σώματος. Ο κύλινδρος συνεχίζει την κίνησή του εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση.

**3.** Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_2$  στην οποία ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία να κινείται πάνω στη σανίδα.

**4.** Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διάνυσε ο κύλινδρος από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

**5.** Να δείξετε ότι κατά τη διάρκεια της ανόδου του κυλίνδρου πάνω στη σανίδα, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ , που ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία, η σανίδα δεν ανατρέπεται.

Δίνονται:  $\eta\mu\phi = 0,5$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $I_{\text{cm(κύλινδρου)}} = \frac{1}{2} M_K R_K^2$ ,  $I_{\text{cm(τροχαλίας)}} = \frac{1}{2} M_T R_T^2$

- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

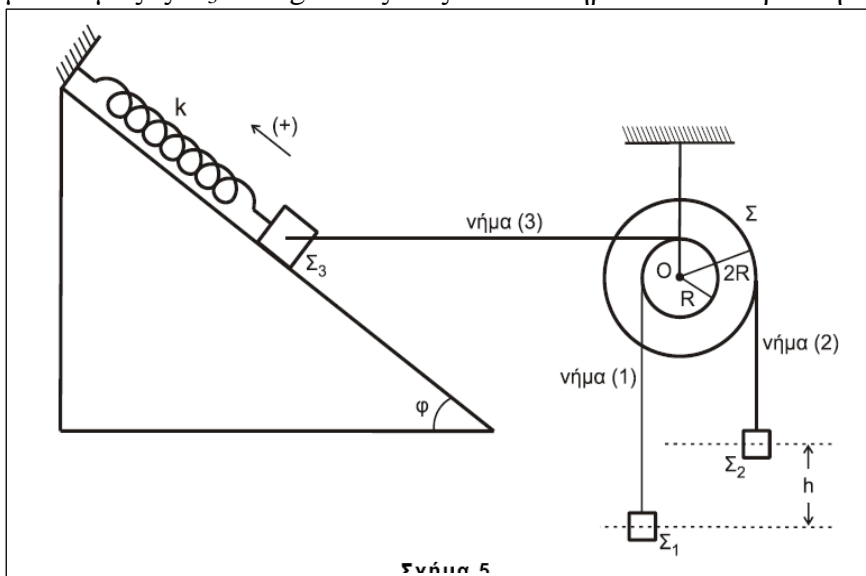
**51.** Στερεό σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M = 1,5 \text{ kg}$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R$  και  $2R$  αντίστοιχα, όπου  $R = 0,1 \text{ m}$  όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**. Το στερεό  $\Sigma$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Η ροπή αδράνειας του στερεού  $\Sigma$  ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του  $O$  δίνεται από τη σχέση  $I_\Sigma = 2mR^2$ .

Τα σώματα  $\Sigma 1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $\Sigma 2$  μάζας  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$  κρέμονται στα ελεύθερα άκρα αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2). Τα νήματα είναι πολλές φορές τυλιγμένα

στους κυλίνδρους ακτίνας  $R$  και  $2R$ , αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**.

Στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης  $\varphi$ , όπου  $\eta\varphi=0,8$  και  $\sigma\eta\varphi=0,6$  στερεώνεται ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k=300\text{N/m}$  στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 3\text{kg}$ . Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο.

Το σώμα  $\Sigma_3$  συνδέεται με τον κύλινδρο ακτίνας  $R$  με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος (3), όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**.



Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί και τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$

απέχουν κατακόρυφα μεταξύ τους απόσταση  $h=0,48\text{m}$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση του φυσικού του μήκους.

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβουμε το νήμα (3). Το σώμα  $\Sigma_3$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D=k$  και θετική φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5** και το στερεό σώμα  $\Sigma$  αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονά του.

**Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_3$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{15} \text{ s}$ .

**Δ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού σώματος  $\Sigma$ .

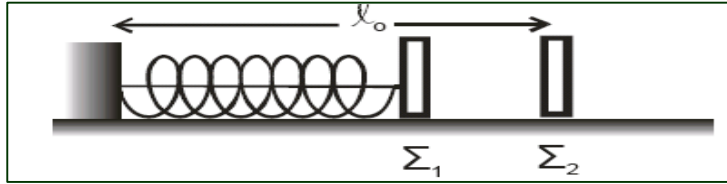
**Δ4.** Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του στερεού σώματος  $\Sigma$  ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή που τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  διέρχονται από το ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

**Δ5.** Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού σώματος  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma$  έχει διαγράψει  $N = \frac{20}{\pi}$  περιστροφές.

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$
- Να θεωρήσετε ότι τα μήκη των νημάτων (1) και (2) είναι πολύ μεγάλα ώστε τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  να μη συγκρούονται με το στερεό  $\Sigma$ , κατά τη διάρκεια της κίνησής τους.
- Να θεωρήσετε ότι τα σώματα  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_3$  είναι πολύ μικρών διαστάσεων.
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- Να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση του αριθμού  $\pi$ .

**ΚΡΟΥΣΕΙΣ**

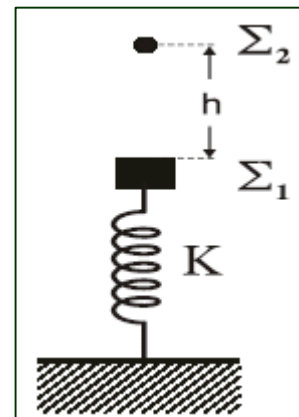
**52.** Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, με μάζας  $m_1=1\text{kg}$  και  $m_2=3\text{kg}$  αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στη μία άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το  $\Sigma_2$  ισορροπεί



στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $l_0$  του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε :

- α. την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_2$
- β. τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμέσως μετά την κρούση.
- γ. την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$ , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  όταν το  $\Sigma_1$  σταματά στιγμιαία για 2<sup>η</sup> φορά. Δεχθείτε την κίνηση του  $\Sigma_1$  τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς  $k$ . Δίνεται  $\pi=3,14$
- α)  $v_1=2\text{ m/s}$ , β)  $v'_1=-1\text{ m/s}$ ,  $v'_2=1\text{ m/s}$ , γ)  $y=0,1\cdot\eta\mu(10t+\pi)$  (S.I.), δ)  $d=0,371\text{ m}$

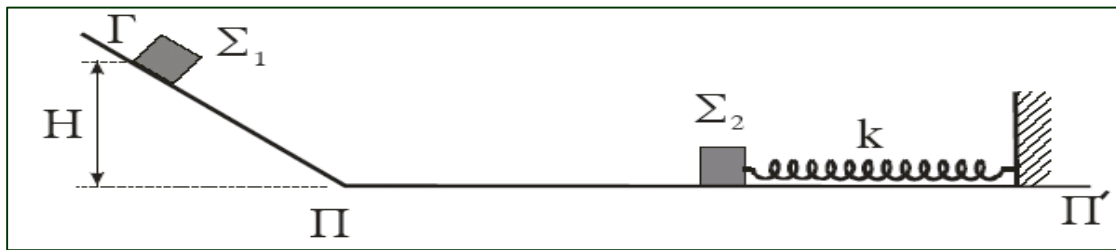
**53.** Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$  έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $M = 4\text{ kg}$  που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m = 1\text{ kg}$  βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα  $\Sigma_1$  σε άγνωστο ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά  $d = \pi/20\text{ m}$  και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$ .



- α. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους  $h$  ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος  $\Sigma_1$ .
- β. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.
- γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. Δίνεται  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Να θεωρήσετε ότι  $\pi^2 = 10$ .
- α)  $h=0,5\text{ m}$ , β)  $v_2=\pi\text{ m/s}$ ,  $v_1=-\pi/4\text{ m/s}$ ,  $V=0$ , γ)  $A'=0,1\text{ m}$ , δ)  $F_{\epsilon\lambda\mu\alpha\chi}=60\text{ N}$

**54.** Το σώμα  $\Sigma_2$  του σχήματος που έχει μάζα  $m_2=2\text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_2$  ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ΄ με πλάτος

$A = 0,1 \text{ m}$  και περίοδο  $T = \pi/5 \text{ sec}$ .



**A.** Να υπολογίσετε:

α. Την τιμή της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου.

β. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .

**B.** Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος με μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση  $\Gamma$ . Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης  $\Gamma$  από το οριζόντιο επίπεδο είναι  $H = 1,8 \text{ m}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$ , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το  $\Sigma_2$  έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το  $\Sigma_1$ .

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση.

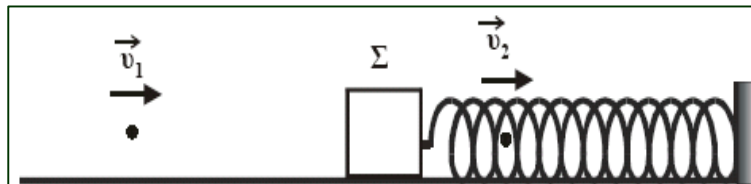
δ. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_2$  θα προλάβει το σώμα  $\Sigma_1$  και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα  $\Sigma_1$  φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του  $\Sigma_2$  είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

α)  $k = 200 \text{ N/m}$ , β)  $v_{\max} = 1 \text{ m/s}$ , γ)  $A' = 0,6 \text{ m}$ , δ) Σε  $t = 3T/4$ :  $\Delta x_2 = 0,6 \text{ m} > \Delta x_1 = 3\pi/20 \text{ m} = 0,471 \text{ m}$

55. Σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M = 0,1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας  $m = 0,001 \text{ kg}$  κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $v_1 = 200 \text{ m/s}$  διαπερνά ακαριαία το σώμα  $\Sigma$  και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται  $v_2 = v_1/2$ . Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου  $k = 1000 \text{ N/m}$ . Να βρεθούν:



α. Η ταχύτητα  $v$  με την οποία θα κινηθεί το σώμα  $\Sigma$  αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.

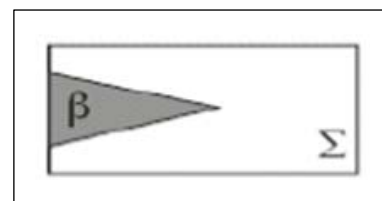
β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.

γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma$ .

δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση.

α)  $v = 1 \text{ m/s}$ , β)  $\Delta l_{\max} = 0,01 \text{ m}$ , γ)  $T = 0,02\pi \text{ s}$ , δ)  $\Delta E_M = -14,95 \text{ J}$

56. Έστω σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $M = 1 \text{ kg}$  και κωνικό βλήμα ( $\beta$ ) μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα ( $\Sigma$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε



ενέργεια 100 J. Έστω τώρα ότι το σώμα ( $\Sigma$ ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα ( $\beta$ ). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα ( $\Sigma$ ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

α. Για  $K = 100$  J θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ );

γ. Για ποια τιμή του λόγου  $m / M$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K = 100$  J σφηνώνεται ολόκληρο στο ( $\Sigma$ ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

α.οχι, β. 120J, γ.  $m/M \rightarrow 0$

**57.** Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $v_1=15\text{m/s}$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ .

Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα  $v_1' = 9\text{m/s}$ .

α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1 / m_2$ .

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση.

γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης.

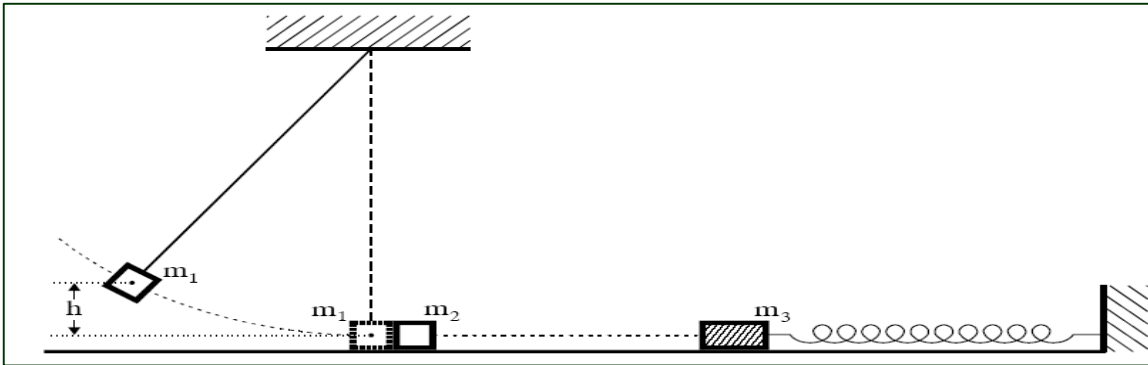
δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κά θε σώματος είναι  $\mu=0,1$ . ( $g=10\text{m/s}^2$ )

α)  $1/4$  β)  $6 \text{ m/s}$ , γ)  $64\%$ , δ)  $d=58,5 \text{ m}$

**58.** Σώμα μάζας  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$  που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 2 \text{ m/sec}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ , όπου  $m_2 = m_1$ . Το σώμα μάζας  $m_2$ , μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας  $m_3 = 0,7 \text{ kg}$ . Το σώμα μάζας  $m_3$  είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 20 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας  $m_2$ . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος. Να υπολογίσετε:

α. το ύψος  $h$  από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας  $m_1$ .

β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$ , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας  $m_3$ .



- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση.
  - δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο  $t = \pi/15$  από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται. Δίνονται:  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ,  $\sin(\pi/3) = 0,5$ .
- α)  $h=0,2 \text{ m}$ , β)  $v'_2=v_1=2 \text{ m/s}$ , γ)  $A=0,05 \text{ m}$ , δ)  $p=0,1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

59. Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος έχει μάζα 1Kg, κινείται με ταχύτητα  $v_1 = 8\text{m/s}$  σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας 3Kg. Το  $\Sigma_2$  είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς 300N/m, που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του. Να υπολογίσετε:



- α. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
  - β. την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .
  - γ. την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma_2$ .
  - δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το  $\Sigma_2$  επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.
- α)  $v'_1=-4 \text{ m/s}$ ,  $v'_2=4 \text{ m/s}$ , β)  $T=\pi/5 \text{ s}$ , γ)  $E=24 \text{ J}$ , δ)  $x=2\pi/5 \text{ m}$

60. Το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R = 1,8 \text{ m}$ . Στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 300 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:



- α. Την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το  $\Sigma_2$ .
- β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.



γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.

δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$\alpha) v_1 = 6 \text{ m/s}, \beta) V = 2 \text{ m/s}, \gamma) x = A = 0,2 \text{ m}, \delta) \Delta t = 3\pi/20 \text{ s}$$

**61.** Λεία οριζόντια σανίδα μήκους  $L = 3 \text{ m}$  και μάζας  $M = 0,4 \text{ Kg}$  αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση  $d = 1 \text{ m}$  από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς  $K = 100 \text{ N/m}$  συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ Kg}$ . Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma_1$ .



Το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma_1$  βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα  $\Sigma_1$  σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 40 \text{ N}$  με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο  $\Gamma$  της σανίδας. Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  διανύσει απόσταση  $s = 5 \text{ cm}$ , η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα  $\Sigma_1$ .

β. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης  $F_A$  που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο  $\Gamma$  κινείται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ Kg}$  με ταχύτητα  $v_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$ . Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  είναι  $x_1$ , όπου  $x_1 \geq 0$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

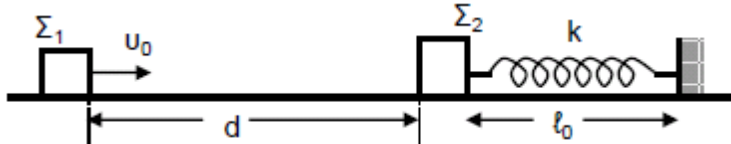
γ. Να βρείτε την απομάκρυνση  $x_1$ .

δ. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το  $\Gamma$ . Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν. Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$\alpha) A = 0,2 \text{ m}, \beta) F_A = -2 - 10x, \gamma) x_1 = A = 0,2 \text{ m}, \delta) t = 2\pi/15 \text{ s}$$

62. Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m_2 = 2m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω  $v_0$  η ταχύτητα που έχει το σώμα  $\Sigma_1$  τη στιγμή  $t_0 = 0$  και ενώ βρίσκεται σε απόσταση  $d = 1$  m από το σώμα  $\Sigma_2$ . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου  $k$ , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος  $\ell_0$ . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα  $\Sigma_1$  αποκτά ταχύτητα με μέτρο  $v_1' = \sqrt{10}$  m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 0,5$  και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

α. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $v_0$  του σώματος  $\Sigma_1$ .

β. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα  $\Sigma_1$  στο σώμα  $\Sigma_2$  κατά την κρούση.

γ. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος  $\Sigma_1$  από την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται  $\sqrt{10} = 3,2$

δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι  $m_2 = 1$  kg και  $k = 105$  N/m.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

α)  $v_0=10$  m/s , β) 800/9 % , γ)  $t_{\text{ολ}}=0,72$  s , δ)  $x=4/7$  m

63. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας  $m_1=m=1$ kg, κινούμενη με ταχύτητα  $v=4/3$  m/s, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας  $m_2=m$ , που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων  $v_1$  και  $v_2=v_1/\sqrt{3}$

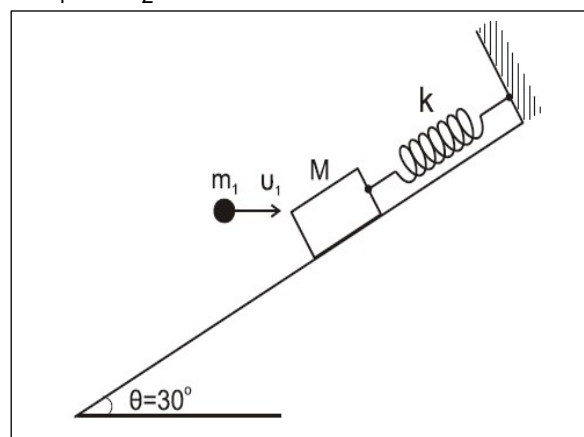
α. Να βρείτε τη γωνία  $\phi$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας  $v_2$  με το διάνυσμα της ταχύτητας  $v_1$ .

β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων  $v_1$  και  $v_2$ .

Σώμα μάζας  $M=3m$  ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς  $k=100$  N/m, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\theta = 30^\circ$ , όπως στο σχήμα.

Η σφαίρα, μάζας  $m_1=m$ , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα  $u_1$ , σφηνώνεται στο σώμα  $M$ .

γ. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων ( $M, m_1$ ) κατά την κρούση.

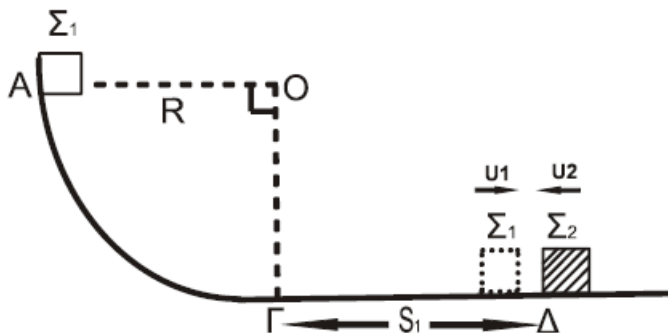


δ. Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα ( $M, m_1$ ) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης αυτής  
δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

α)  $\varphi=90^\circ$  , β)  $v_1=2\sqrt{3}/3 \text{ m/s}$ ,  $v_2=2/3 \text{ m/s}$  , γ)  $\Delta K=-13/24 \text{ J}$  , δ)  $A=0,05\sqrt{2} \text{ m}$

64. Σώμα  $\Sigma_1$  βρίσκεται στη κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R=5\text{m}$

Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο  $\Gamma$  του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,5$ . Αφού διανύσει διάστημα  $S_1=3,6\text{m}$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο  $\Delta$  με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3m_1$ , το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το  $\Sigma_1$ , με ταχύτητα μέτρου  $v_2=4\text{m/s}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα .



Σχήμα 4

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  στο σημείο  $\Gamma$ , όπου η ακτίνα  $ΟΓ$  είναι κατακόρυφη.

β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση.

γ. Δίνεται η μάζα του σώματος  $\Sigma_2$ ,  $m_2=3\text{kg}$ . Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της

δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση.

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ . Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

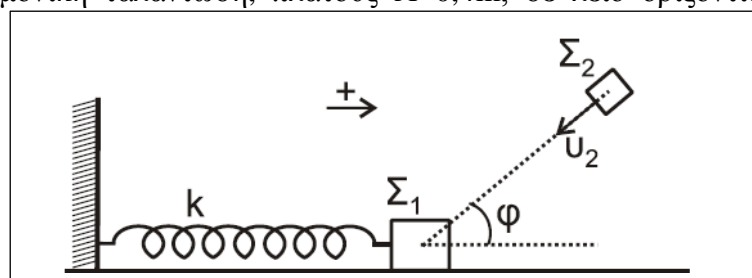
$10\text{m/s}$  ,  $-10\text{m/s}$   $2\text{m/s}$  ,  $18\text{Kgm/s}$  ,  $56,25\%$

65. Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1=1\text{kg}$ , είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους  $A=0,4\text{m}$ , σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική

στιγμή που το σώμα  $\Sigma_1$  έχει απομάκρυνση  $x=A\sqrt{3}/2$  κινούμενο κατά τη θετική φορά,

συγκρούεται πλαστικά με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2=3\text{kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται, λίγο

πριν την κρούση, με ταχύτητα  $v_2=8\text{m/s}$  σε διεύθυνση που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο, γωνία  $\varphi$  (συν $\varphi=1/3$ ) όπως φαίνεται στο σχήμα . Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



- α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση
- β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- γ. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.
- δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση. Να θεωρήσετε ότι:

- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
- η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα .

2m/s, -1.5m/s,  $0.1\sqrt{21}$ m,  $10.5-50x^2$  (S.I),  $-0.1\sqrt{21}\text{m} \leq x \leq 0.1\sqrt{21}\text{m}$ , 95.41%

---

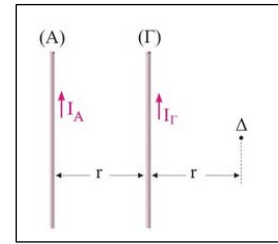
**ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ**  
**ΘΕΜΑΤΑ Β**  
**και**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**



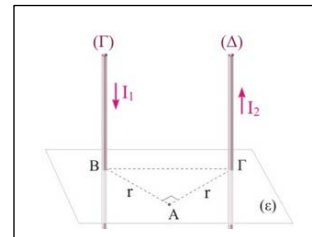


## ΘΕΜΑ Β

**B.1.** Α. Οι παράλληλοι αγωγοί (Α), (Γ) του διπλανού σχήματος και το σημείο Δ βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Η απόσταση μεταξύ των αγωγών είναι  $r$  και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα ίδιας έντασης,  $I_A=I_\Gamma$ . Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (Α), στο σημείο Δ που απέχει  $r$  από τον αγωγό (Γ), είναι  $B$ . Το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ είναι: α.  $B$ . β.  $2B$ . γ.  $3B$ .

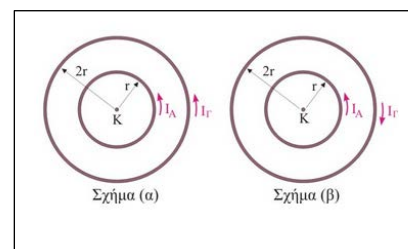


**B.2.** Οι ευθύγραμμοι αγωγοί (Γ) και (Δ) του διπλανού σχήματος είναι κάθετοι στο επίπεδο ( $\epsilon$ ) και διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα έντασης  $I_1$  και  $I_2$  αντίστοιχα. Το σημείο Α ισαπέχει  $r$  από τους αγωγούς με την τομή ΑΒΓ να είναι ισοσκελές τρίγωνο με ορθή γωνία στο Α. Στο σημείο Α, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου εξαιτίας του αγωγού (Γ) είναι  $B_1$ , ενώ το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο ίδιο σημείο είναι  $B_A=2B_1$ . Η σχέση που συνδέει τις εντάσεις των ρευμάτων  $I_2/ I_1$  είναι: α. 2. β.  $\sqrt{3}$ . γ.  $\sqrt{2}$ .

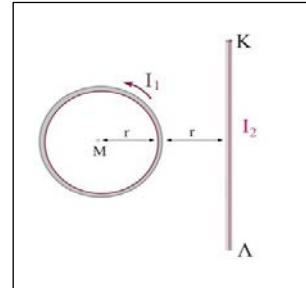


**B.3.** Ένας κυκλικός αγωγός (Α) συνδέεται με ιδανική πηγή σταθερής τάσης, οπότε δημιουργεί μαγνητικό πεδίο του οποίου η ένταση στο κέντρο του έχει μέτρο  $B$ . Χρησιμοποιούμε το σύρμα του κυκλικού αγωγού και σχηματίζουμε ένα κυκλικό πλαίσιο (Γ) με δύο σπείρες, το οποίο συνδέουμε με την ίδια πηγή. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου (Γ) είναι: α.  $B$ . β.  $2B$ . γ.  $4B$ .

**B.4.** Οι ομόκεντροι κυκλικοί αγωγοί του σχήματος έχουν ακτίνες  $r$  και  $2r$  και διαρρέονται από ρεύματα έντασης  $I_A$  και  $I_\Gamma$  αντίστοιχα. Στο σχήμα (α), όπου τα ρεύματα είναι ομόρροπα, το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ είναι  $B_1$ . Στο σχήμα (β), όπου η ένταση του ρεύματος  $I_\Gamma$  έχει αντιστραφεί, το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο Κ είναι  $B_2$  με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Αν  $B_1=5B_2$  ο λόγος  $I_A/I_\Gamma$  είναι: α.  $1/3$ . β.  $2/3$ . γ.  $3/4$ .

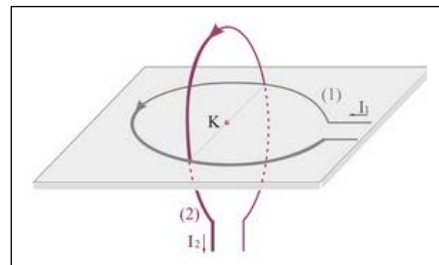


**B.5.** Α. Ο κυκλικός αγωγός ακτίνας  $r$  και ο ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ του σχήματος βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με τον ευθύγραμμο αγωγό να απέχει  $2r$  από το κέντρο του κυκλικού αγωγού. Ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_1$  με φορά αντίθετη αυτής των δεικτών του ρολογιού και η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Μ του κυκλικού αγωγού είναι ίση με μηδέν. Ο ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα με φορά από το



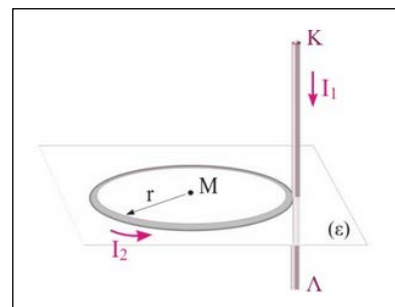
- α. Κ προς το Λ και έντασης  $I_2 = \pi I_1$ .
- β. Κ προς το Λ και έντασης  $I_2 = 2\pi I_1$ .
- γ. Λ προς το Κ και έντασης  $I_2 = 2\pi I_1$ .
- δ. Λ προς το Κ και έντασης  $I_2 = \pi I_1$ .

**B.6.** Οι κυκλικοί αγωγοί (1), (2) του σχήματος έχουν κοινό κέντρο Κ και τα επίπεδά τους είναι μεταξύ τους κάθετα. Αν  $B_1$ ,  $B_2$  είναι τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στο Κ λόγω των αγωγών (1) και (2) αντίστοιχα, τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ,  $B_K$  είναι:



- α.  $B_1 + B_2$
- β.  $B_1 - B_2$
- γ.  $\sqrt{B_1^2 + B_2^2}$

**B.7.** Ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός (ΚΛ) του σχήματος είναι κάθετος στο επίπεδο ( $\epsilon$ ) και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_1$  με φορά από το Κ προς το Λ. Ο κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός βρίσκεται πάνω στο επίπεδο ( $\epsilon$ ) και εφάπτεται στον αγωγό (ΚΛ). Ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα με φορά αντίθετη αυτής των



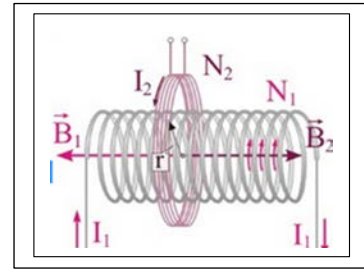
δεικτών του ρολογιού και έχει ένταση  $I_2$  η οποία συνδέεται με την ένταση  $I_1$  με τη σχέση,  $I_1 = \pi I_2$ . Αν το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ λόγω του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού είναι  $B_1$ , τότε η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ έχει μέτρο: α.  $B_1$ . β.  $\sqrt{3} B_1$ . γ.  $\sqrt{2} B_1$ .

**B.8.** Το σωληνοειδές του σχήματος έχει  $N_1$  σπείρες, μήκος  $\ell$  και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_1$ . Το κυκλικό πλαίσιο που το περιβάλλει έχει  $N_2 = 10N_1$  σπείρες, ακτίνα  $r$  όπου  $r = \ell/4$  και διαρρέεται από ρεύμα

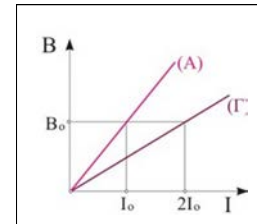
## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

έντασης  $I_2$ . Οι άξονες του σωληνοειδούς και του κυκλικού πλαισίου συμπίπτουν. Αν το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου είναι μηδέν, τότε ο λόγος  $I_1/I_2$  των εντάσεων των ρευμάτων είναι:

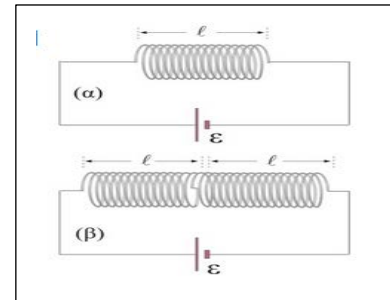
- α.5            β. 10            γ.20



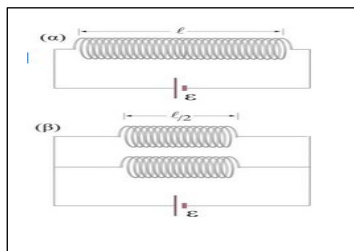
**B.9.** Στο διπλανό διάγραμμα δείχνεται το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο μέσον δύο σωληνοειδών (Α) και (Γ) σε συνάρτηση με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το καθένα. Δίνεται ότι το σωληνοειδές (Α) έχει διπλάσιο αριθμό σπειρών από το (Γ). Τα μήκη των δύο σωληνοειδών συνδέονται με τη σχέση  $l_A/l_\Gamma$ : α.1 β.2 γ.1/2



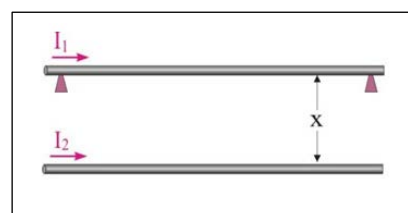
**B.10.** Ένα σωληνοειδές συνδέεται με ιδανική πηγή σταθερής τάσης και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του είναι  $B$  (σχήμα α). Ενώνουμε το σωληνοειδές με ένα άλλο όμοιό του, δημιουργώντας ένα νέο σωληνοειδές διπλάσιου μήκους. Συνδέουμε το νέο σωληνοειδές με την ίδια ιδανική πηγή τάσης (σχήμα β). Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του νέου σωληνοειδούς είναι: α.  $B$             β.  $B/2$             γ.  $2B$



**B.11.** Σε ένα σωληνοειδές, όταν συνδέεται με μια ιδανική πηγή σταθερής τάσης, δημιουργείται στο εσωτερικό του μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$  (σχήμα α). Κόβουμε το σωληνοειδές στη μέση και συνδέουμε τα δύο ίδια σωληνοειδή που δημιουργήθηκαν παράλληλα μεταξύ τους και την όλη διάταξη με την ίδια ιδανική πηγή (σχήμα β). Στο εσωτερικό κάθε σωληνοειδούς δημιουργείται μαγνητικό πεδίο που η έντασή του έχει μέτρο: α.  $B$             β.  $B/2$             γ.  $2B$



**B.12.** Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται δύο παράλληλοι άκαμπτοι ρευματοφόροι αγωγοί, που διαρρέονται από ομόρροπα και σταθερής έντασης ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$ . Οι αγωγοί απέχουν μεταξύ τους  $x$  και

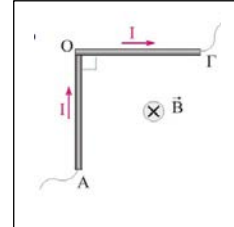


## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τον πάνω αγωγό να είναι τοποθετημένος σε ακλόνητα στηρίγματα, ενώ ο κάτω αιωρείται. Αν με  $\rho$  συμβολίσουμε την πυκνότητα του κάτω αγωγού και  $S$  το εμβαδό διατομής του, τότε η απόσταση  $x$  είναι:

$$\alpha. x = \frac{K\mu I_1 I_2}{\rho S g} \quad \beta. x = 2 \frac{K\mu I_1 I_2}{\rho S g} \quad \gamma. x = \frac{K\mu I_1 I_2}{2\rho S g}$$

**B.13.** Ρευματοφόρος αγωγός ΑΟΓ, με  $AO = OG = a$  και  $\hat{\varphi}_{(AO,OG)} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$  βρίσκεται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $\vec{B}$  του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του αγωγού. Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΑΟΓ από το μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο:

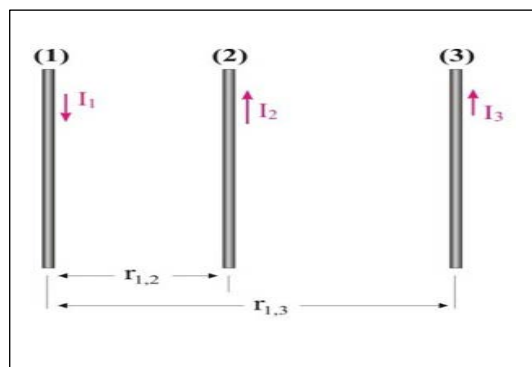


$$\alpha. F_L = BIa \quad \beta. F_L = \sqrt{2}BIa \quad \gamma. F_L = 2BIa$$

**B.14.** Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός  $AG = 2a$ , βρίσκεται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $\vec{B}$  που είναι κάθετο σε αυτόν. Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΑΓ από το μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο  $F$ . Κάμπτουμε τον αγωγό στο μέσο του,  $O$ , έτσι ώστε να είναι  $AO = OG = a$  και  $\hat{\varphi}_{(AO,OG)} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$  και το επίπεδό του ΑΟΓ να είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η συνολική δύναμη  $F'$  που δέχεται ο νέος αγωγός ΑΟΓ έχει μέτρο :

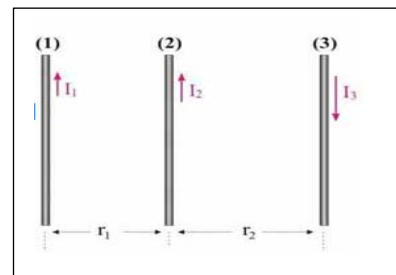
$$\alpha. \frac{\sqrt{2}}{2}F \quad \beta. \sqrt{2}F \quad \gamma. F$$

**B.15.** Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο τρεις παράλληλοι άκαμπτοι ομοεπίπεδοι ρευματοφόροι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους, με αντίρροπα τα ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$  και ομόρροπα τα  $I_2, I_3$ . Δύο αγωγοί είναι ακλόνητοι, ενώ ο τρίτος, παρότι είναι ελεύθερος, παραμένει επίσης ακίνητος. Ο αγωγός που παραμένει ακίνητος παρότι είναι ελεύθερος είναι ο :



- α. (2), όταν ισχύει  $r_{12}/r_{13} = 1 - I_2/I_3$   
 β. (3), όταν ισχύει  $r_{12}/r_{13} = 1 - I_1/I_3$   
 γ. (3), όταν ισχύει  $r_{12}/r_{13} = 1 - I_2/I_1$

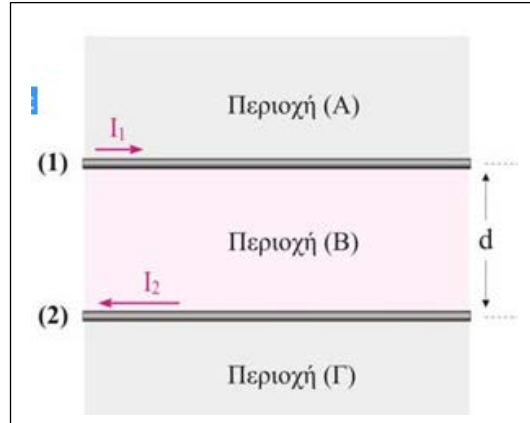
**B.16.** Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο τρεις παράλληλοι άκαμπτοι ομοεπίπεδοι ρευματοφόροι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους, με ομόρροπα ρεύματα τα  $I_1, I_2$  και αντίρροπό τους το  $I_3$ . Οι εντάσεις των



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ρευμάτων συνδέονται με τη σχέση  $I_1 = I_2 = I$  και  $I_3 = 2I$ . Οι δύο από τους τρεις αγωγούς αγωγοί είναι ακλόνητοι, ενώ ο τρίτος παρότι είναι ελεύθερος, παραμένει επίσης ακίνητος. Ο αγωγός που είναι ελεύθερος είναι ο : α. (1) και  $r_2 = 2r_1$       β. (1) και  $r_2 = r_1$       γ. (2) και  $r_2 = r_1$

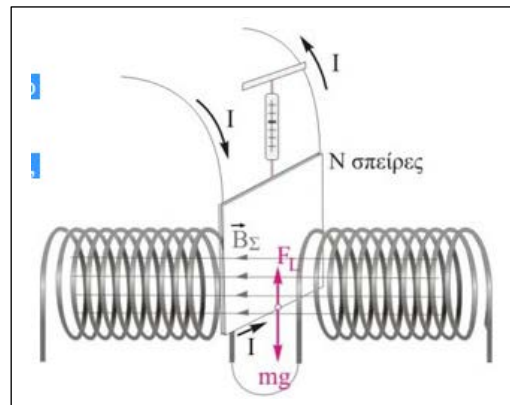
**B.17.** Στο σχήμα απεικονίζονται δύο παράλληλοι άκαμπτοι ρευματοφόροι αγωγοί, με αντίρροπα και σταθερής έντασης ρεύματα  $I_1$  και  $I_2 = 2I_1$  που τους κρατάμε σε απόσταση  $d$  στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο. Τρίτος ευθύγραμμος αγωγός παράλληλος προς τους άλλους δύο που διαρρέεται από ρεύμα



έντασης  $I_3$  άγνωστης φοράς, πρόκειται να τοποθετηθεί στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, προκειμένου να ισορροπεί από τις δυνάμεις που θα δεχθεί από τους άλλους δύο. Ο αγωγός πρέπει να τοποθετηθεί:

- στην περιοχή (A) και σε απόσταση  $x = \frac{d}{3}$  από τον αγωγό  $I_1$ .
- στην περιοχή (B) και σε απόσταση  $x = \frac{d}{3}$  από τον αγωγό  $I_1$ .
- στην περιοχή (A) και σε απόσταση  $x = d$  από τον αγωγό  $I_1$

**B.18.** Ορθογώνιο κατακόρυφο πλαίσιο με  $N$  σπείρες, εξαρτάται από δυναμόμετρο και τοποθετείται στο μέσο ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές, έτσι ώστε η κάτω οριζόντια πλευρά του, μήκους  $\ell$  να βρίσκεται εντός του σωληνοειδούς. Αν διοχετεύσουμε ρεύμα έντασης  $I$  στο πλαίσιο, η

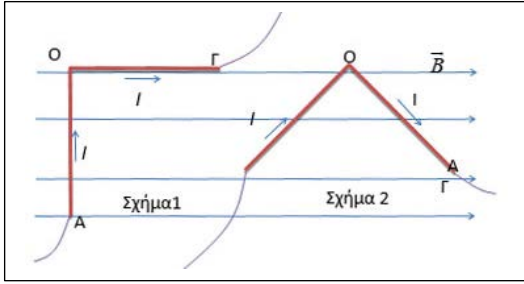


ένδειξη του δυναμόμετρου είναι το ήμισυ του βάρους του πλαισίου.

Προκειμένου η ένδειξη του δυναμόμετρου να μηδενισθεί, πρέπει να:

- υποδιπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος στο σωληνοειδές.
- διπλασιάσουμε τις εντάσεις των ρευμάτων στο πλαίσιο και στο σωληνοειδές.
- διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος στο πλαίσιο.

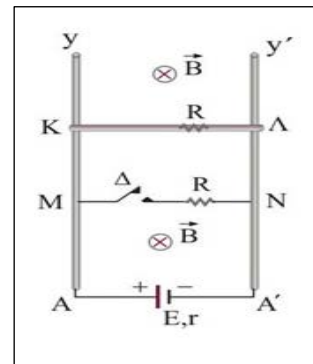
**B.19.** Ο άκαμπτος αγωγός ΑΟΓ, σχήματος ισοσκελούς κεφαλαίου γράμματος Γ ( $AO = OG = \ell$  και  $\hat{\varphi}_{(AO,OG)} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$ ), διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  και είναι τοποθετημένος με το επίπεδό του κατακόρυφο και παράλληλο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς οριζόντιου μαγνητικού πεδίου



έντασης  $\vec{B}$ . Όταν η πλευρά ΑΟ είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές (Σχήμα 1), τότε δέχεται δύναμη μέτρου  $F$  από το πεδίο. Στρέφουμε τον αγωγό κατά  $\pi/4 \text{ rad}$  και γύρω από το σημείο Ο, έτσι ώστε το επίπεδό του να παραμείνει παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές (Σχήμα 2). Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται τώρα ο αγωγός ΑΟΓ έχει μέτρο:

- α.  $F$       β.  $2F$       γ. 0

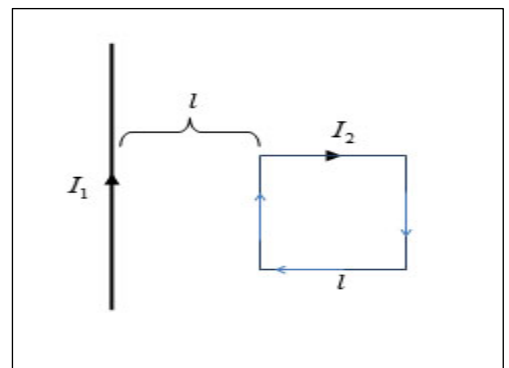
**B.20.** Οι κατακόρυφοι παράλληλοι αγωγοί Αy, Α'y' συνδέονται στα άκρα Α και Α' με ηλεκτρική πηγή Η.Ε.Δ. (E) και εσωτερικής αντίστασης r . Ο αγωγός ΚΛ που έχει αντίσταση R, μάζα m και μήκος l, εφάπτεται στους Αy, Α'y', μπορεί να κινείται χωρίς τριβές μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ , του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο των αγωγών Αy, Α'y' . Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί.



Κλείνουμε το διακόπτη Δ. Θεωρούμε ότι όταν κλείνει ο διακόπτης Δ, η δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΚΛ εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου του MN είναι αμελητέα . Ο αγωγός ΚΛ θα:

- α. εξακολουθήσει να ισορροπεί.  
 β. κινηθεί προς τα κάτω.  
 γ. κινηθεί προς τα πάνω.

**B.21.** Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται ένας ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους που διαρρέεται με σταθερό ρεύμα έντασης  $I_1$  και σε απόσταση  $\ell$  τετραγωνικό πλαίσιο ομοεπίπεδο με τον ευθύγραμμο αγωγό. Το πλαίσιο έχει πλευρά μήκους  $\ell$ , μάζα m, και διαρρέεται με ρεύμα έντασης  $I_2$  με φορά όπως αυτή των δεικτών του ρολογιού. Οι αγωγοί βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τους κρατάμε ακίνητους. Όταν αφήσουμε ελεύθερο το πλαίσιο αυτό θα





α. ισορροπήσει.

β. κινηθεί προς τα αριστερά με αρχική επιτάχυνση  $a = \frac{K_{\mu} I_1 I_2}{m}$ .

γ. κινηθεί προς τα αριστερά με αρχική επιτάχυνση  $a = 3 \frac{K_{\mu} I_1 I_2}{m}$ .

**B.22.** Οριζόντιος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, με φορά ρεύματος από τη Δύση προς την Ανατολή, βρίσκεται εντός του μαγνητικού πεδίου της Γης στο βόρειο ημισφαίριο. Το γήινο μαγνητικό πεδίο έχει φορά από το νότο προς το βορρά, καθώς ο μαγνητικός νότος βρίσκεται στο εσωτερικό της Γης κοντά στον γεωγραφικό βορρά. Στον τόπο που βρίσκεται ο αγωγός, το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου,  $\vec{B}$  σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον οριζοντα. Η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που δέχεται ο αγωγός είναι :

α. οριζόντια, με κατεύθυνση προς το Βορρά με μέτρο  $|\vec{F}_L| = BI\ell$ .

β. στο κατακόρυφο επίπεδο Βορρά-Νότου, πλάγια προς τα πάνω, σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση, και έχει μέτρο  $|\vec{F}_L| = \frac{1}{2}BI\ell$ .

γ. στο κατακόρυφο επίπεδο Βορρά-Νότου, πλάγια προς τα πάνω, σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση, και έχει μέτρο  $|\vec{F}_L| = BI\ell$ .

**B.23.** Τετραγωνικό πλαίσιο εμβαδού  $S$  τοποθετείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ , έτσι ώστε οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές να σχηματίζουν με την επιφάνεια του πλαισίου γωνία  $30^\circ$ . Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι  $\Phi_1$ . Έπειτα, περιστρέφουμε το πλαίσιο, έτσι ώστε να γίνει κάθετο στην ένταση του μαγνητικού πεδίου. Η νέα μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι  $\Phi_2$ . Η μαθηματική σχέση που συνδέει τις δύο μαγνητικές ροές είναι :

α.  $\Phi_2 = \sqrt{2}\Phi_1$ .

β.  $\Phi_2 = 2\Phi_1$ .

γ.  $\Phi_2 = \frac{1}{2}\Phi_1$ .

**B.24.** Ένα σωληνοειδές με  $N$  σπείρες και μήκος  $L$  διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης  $I$  δημιουργώντας στο εσωτερικό του ομογενές μαγνητικό πεδίο. Ένας κυκλικός μεταλλικός αγωγός ακτίνας  $r$  βρίσκεται ολόκληρος μέσα στο σωληνοειδές, με το επίπεδό του σε γωνία  $\theta=30^\circ$  με τον άξονα του σωληνοειδούς. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό είναι :

α.  $\Phi = 2\pi^2 K_{\mu} I \frac{N}{L} r^2$ .

β.  $\Phi = 4\pi K_{\mu} I \frac{N}{L} r^2$ .

γ.  $\Phi = 8\pi^2 K_{\mu} I \frac{N}{L} r$ .

**B.25.** Το διπλανό διάγραμμα δείχνει πώς μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα μεταλλικό πλαίσιο, σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην πρώτη χρονική φάση μεταβολής της μαγνητικής ροής, από  $t=0$  μέχρι  $t=t_0$ , αναπτύσσεται επαγωγική τάση μέτρου  $E_{\text{επ},1}$ , ενώ στη δεύτερη

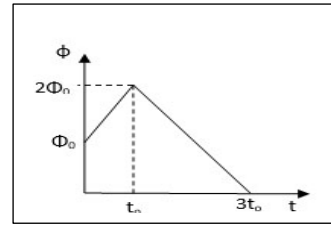
## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

φάση, από  $t=t_0$  μέχρι  $t=3t_0$ , αναπτύσσεται επαγωγική τάση μέτρου  $E_{επ,2}$ . Η μαθηματική σχέση που συνδέει τα μέτρα των δύο τάσεων είναι:

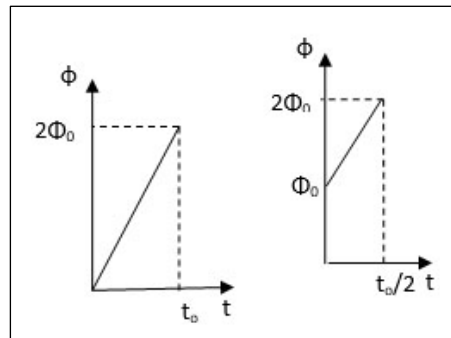
α.  $E_{επ,2} = 2E_{επ,1}$ .

β.  $E_{επ,2} = E_{επ,1}$ .

γ.  $E_{επ,2} = \frac{3}{2}E_{επ,1}$ .



**B.26.** Η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα κλειστό μεταλλικό πλαίσιο, αντίστασης  $R_1=R$ , σε συνάρτηση με το χρόνο, φαίνεται στο διάγραμμα *I* ενώ η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα δεύτερο κλειστό μεταλλικό πλαίσιο, αντίστασης  $R_2=4R$ , σε συνάρτηση με το χρόνο, φαίνεται στο διάγραμμα *II*. Η μαθηματική σχέση που συνδέει τις εντάσεις των επαγωγικών ρευμάτων στα δύο πλαίσια είναι:



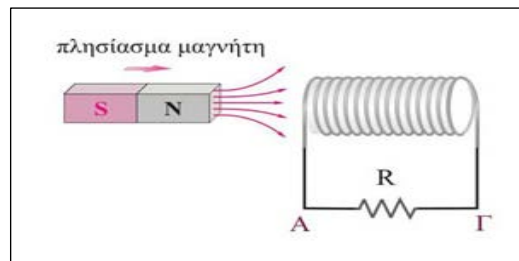
α.  $I_{επ,2} = 2I_{επ,1}$ .

β.  $I_{επ,2} = 4I_{επ,1}$ .

γ.  $I_{επ,2} = \frac{1}{4}I_{επ,1}$ .

**B.27.** Ένα κυκλικό μεταλλικό πλαίσιο, αντίστασης  $R$ , τοποθετείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ , αρχικά με το επίπεδό του παράλληλο στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές. Στρέφουμε το πλαίσιο γύρω από μια διάμετρό του, που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, κατά γωνία  $30^\circ$ , σε χρόνο  $t_1$ . Έπειτα, από την αρχική θέση το στρέφουμε με τον ίδιο τρόπο κατά γωνία  $90^\circ$ , σε χρόνο  $t_2 = 2t_1$ . Το συνολικό φορτίο που περνά από μια διατομή του πλαισίου στην πρώτη περίπτωση είναι  $q_1$  και στη δεύτερη  $q_2$ . Η μαθηματική σχέση που συνδέει τα φορτία  $q_1$ ,  $q_2$  είναι: α.  $q_2 = 2q_1$ . β.  $q_2 = 4q_1$ . γ.  $q_2 = q_1$ .

**B.28.** Ο ραβδόμορφος μαγνήτης του διπλανού σχήματος κινείται προς ένα σωληνοειδές, του οποίου τα άκρα  $A$ ,  $\Gamma$  είναι συνδεδεμένα με τα άκρα ενός αντιστάτη,  $R$ . Κατά τη διάρκεια της κίνησης του μαγνήτη, ο αντιστάτης:



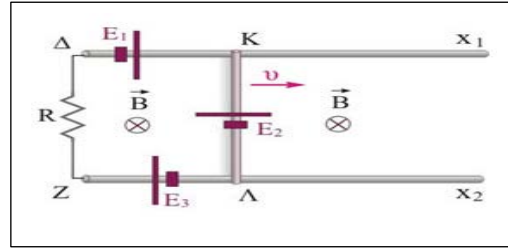
α. διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με φορά από το σημείο  $\Gamma$  προς το  $A$ .

β. διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με φορά από το σημείο  $A$  προς το  $\Gamma$ .

γ. δεν διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα.

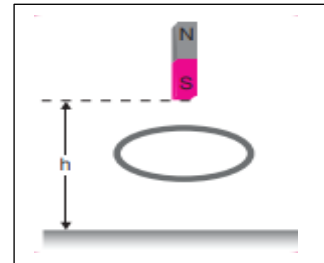
## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

**B.29.** Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v$ , πάνω στους οριζόντιους – αμελητέας αντίστασης – μεταλλικούς οδηγούς  $x_1$  και  $x_2$ , τα άκρα των οποίων Δ, Ζ συνδέονται με σύρμα αντίστασης  $R$ . Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με φορά όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Κατά τη διάρκεια της κίνησης της ράβδου, στο κλειστό κύκλωμα ΔΚΛΖΔ δημιουργείται ΗΕΔ από επαγωγή με πολικότητα όπως αυτή της πηγής



α.  $E_1$             β.  $E_2$             γ.  $E_3$

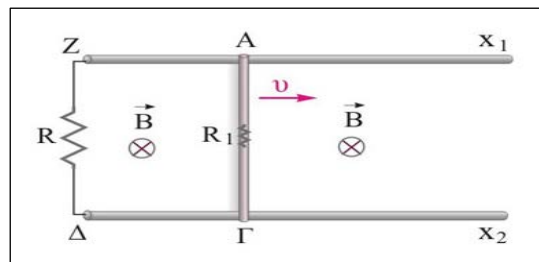
**B.30.** Ο ραβδόμορφος μαγνήτης του διπλανού σχήματος αφήνεται ελεύθερος από ύψος  $h$ , να πέσει προς το έδαφος, περνώντας μέσα από το κλειστό μεταλλικό δακτύλιο, αντίστασης  $R$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κατά τη διάρκεια της κίνησης του μαγνήτη αναπτύσσεται στο δακτύλιο θερμική ενέργεια  $Q$  ίση με το  $1/8$  της κινητικής ενέργειας  $K$ , που έχει ο μαγνήτης όταν φθάνει στο δάπεδο. Ο μαγνήτης φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα:



α.  $v = \sqrt{2gh}$                       β.  $v = \frac{4}{3}\sqrt{gh}$                       γ.  $v = 2\sqrt{gh}$

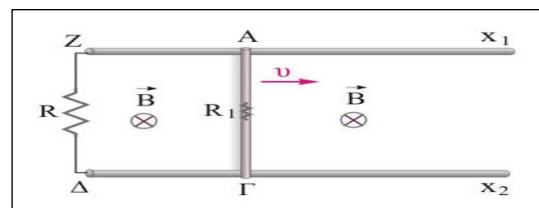
όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

**B.31.** Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους  $L$ , έχει ωμική αντίσταση  $R_1=2R$  και κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v$ , πάνω στους οριζόντιους μεταλλικούς οδηγούς – αμελητέας αντίστασης –  $Zx_1$  και  $\Delta x_2$ , των οποίων τα άκρα  $Z$ ,  $\Delta$  συνδέονται με σύρμα αντίστασης  $R$ . Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με φορά όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Η διαφορά δυναμικού  $V_{Z\Delta}$ , είναι :



α.  $BuL$ .                      β.  $\frac{2}{3}BuL$ .                      γ.  $\frac{1}{3}BuL$ .

**B.32.** Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους  $L$ , έχει ωμική αντίσταση  $R_1=R$  και εκτοξεύεται με ταχύτητα  $v$ , πάνω στους οριζόντιους μεταλλικούς οδηγούς – αμελητέας αντίστασης –  $Zx_1$  και  $\Delta x_2$ , των οποίων τα άκρα  $Z$ ,  $\Delta$  είναι συνδεδεμένα με σύρμα

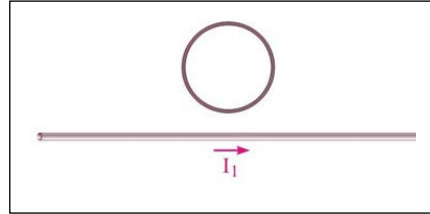


## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

αντίστασης  $R$ . Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με φορά όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Η κίνηση που θα εκτελέσει η ράβδος ΑΓ πάνω στους οδηγούς είναι:

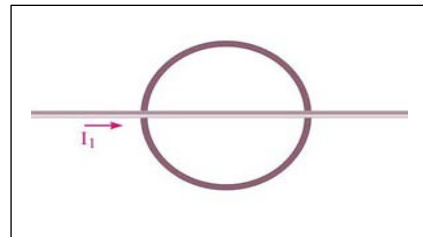
- α. επιβραδυνόμενη.                      β. επιταχυνόμενη.                      γ. ισοταχής.

**B.33.** Ο κυκλικός αγωγός του σχήματος και ο ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους βρίσκονται πάνω στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και κρατούνται ακίνητοι. Τροφοδοτούμε τον ευθύγραμμο αγωγό με ηλεκτρικό ρεύμα φοράς προς τα δεξιά και έντασης που διαρκώς αυξάνεται. Στον κυκλικό αγωγό:



- α. θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα με φορά αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού.  
β. θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα με φορά ίδια με αυτή των δεικτών του ρολογιού.  
γ. δεν θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα.

**B.34.** Ο κυκλικός αγωγός του σχήματος βρίσκεται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο και ο ευθύγραμμος απείρου μήκους είναι τοποθετημένος κατά μήκος μιας διαμέτρου του κυκλικού αγωγού. Τροφοδοτούμε τον ευθύγραμμο αγωγό με ρεύμα φοράς προς τα δεξιά και έντασης  $I_1$  που διαρκώς ελαττώνεται. Στον κυκλικό αγωγό:



- α. θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα με φορά όπως αυτή των δεικτών του ρολογιού.  
β. θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα με φορά αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού.  
γ. δεν θα δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα.

**B.35.** Ορθογώνιο μεταλλικό πλαίσιο αμελητέας αντίστασης στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, γύρω από άξονα κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης  $R$ . Σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  εκλύεται στον αντιστάτη θερμότητα  $Q$ . Διπλασιάζουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου και τροφοδοτούμε τον ίδιο αντιστάτη. Το ποσοστό μεταβολής της θερμότητας που εκλύεται στον αντιστάτη, στο ίδιο χρονικό διάστημα είναι:

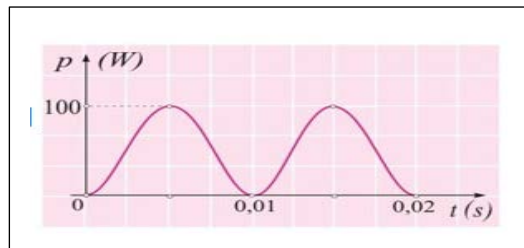
- α. 400%,    β. -300%,    γ. 300%

**B.36.** Ένας αντιστάτης αντίστασης  $R$  διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, του οποίου η ένταση μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:



**B.37.** Στα άκρα αντιστάτη αντίστασης  $R$  εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής  $v = V\eta\mu\omega t$ . Η στιγμιαία ισχύς στον αντιστάτη παίρνει τιμές από 0 έως 100W. Η μέση ισχύς της ηλεκτρικής ενέργειας που προσφέρεται στον αντιστάτη είναι: α. 200W. β. 50W γ. 0W.

**B.38.** Ένας αντιστάτης αντίστασης  $R = 2\Omega$  διαρρέεται από αρμονικά εναλλασσόμενο ρεύμα. Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται η στιγμιαία ισχύς σε συνάρτηση με το χρόνο για τον αντιστάτη αυτό.



Η στιγμιαία ένταση που τον διαρρέει περιγράφεται από τη σχέση :

α.  $i = 5\sqrt{2}\eta\mu 200\pi t$  (S.I.)

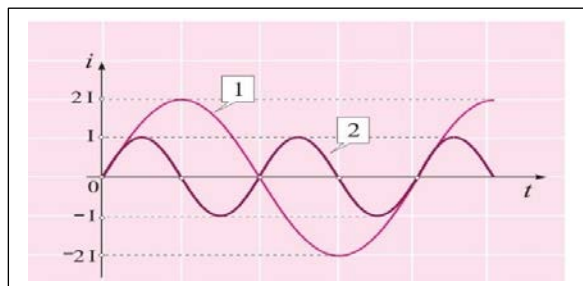
β.  $i = 5\sqrt{2}\eta\mu 100\pi t$  (S.I.)

γ.  $i = 5\eta\mu 50\pi t$  (S.I.)

**B.39.** Στα άκρα αντιστάτη αντίστασης  $R$  εφαρμόζεται συνεχής τάση  $V_{\Sigma}$ . Στα άκρα άλλου αντιστάτη αντίστασης  $2R$  εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση  $v = V\eta\mu\omega t$ . Αν στο ίδιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , που είναι πολλαπλάσιο μιας περιόδου του εναλλασσόμενου ρεύματος, η θερμότητα που εκλύεται στον πρώτο αντιστάτη είναι διπλάσια από αυτήν που εκλύεται στον δεύτερο, τότε ο λόγος  $\frac{V_{\Sigma}}{V}$  είναι:

α. 2      β.  $\sqrt{2}$       γ.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**B.40.** Στο διπλανό σχήμα δείχνεται η γραφική παράσταση δύο εναλλασσόμενων ρευμάτων σε συνάρτηση με τον χρόνο. Όταν αντιστάτης αντίστασης  $R$  διαρρέεται από το ρεύμα (1), τότε σε χρόνο ίσο με την περίοδό του, εκλύεται θερμότητα ίση με  $Q_1$ . Όταν ο ίδιος αντιστάτης διαρρέεται από το ρεύμα (2), τότε σε χρόνο ίσο με την



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

περίοδό του εκλύεται θερμότητα  $Q_1$ . Για το λόγο των θερμοτήτων  $Q_1/Q_2$  ισχύει: α. 8 β. 1/2 γ. 1/4

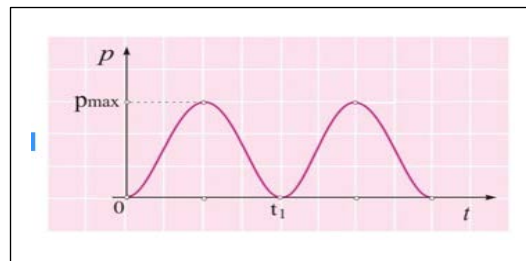
**B.41.** Ένα αγώγιμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης έχει  $N$  σπείρες και στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Στο διπλανό σχήμα δείχνεται η μαγνητική ροή που περνά από μια σπείρα του πλαισίου σε συνάρτηση με το



χρόνο. Στα άκρα του πλαισίου συνδέουμε έναν αντιστάτη αντίστασης  $R$ . Η μέση ισχύς της ηλεκτρικής ενέργειας στον αντιστάτη είναι:

α.  $\frac{N^2 \pi^2 \Phi_{\max}^2}{2Rt_1^2}$  β.  $\frac{N^2 \pi^2 \Phi_{\max}^2}{4Rt_1^2}$  γ.  $\frac{N^2 \pi^2 \Phi_{\max}^2}{8Rt_1^2}$

**B.42.** Στα άκρα ενός αντιστάτη αντίστασης  $R$  εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση  $v = V\eta\mu\omega t$ . Στο διπλανό διάγραμμα δείχνεται η ισχύς που αναπτύσσεται στον αντιστάτη σε συνάρτηση με το



χρόνο. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η στιγμιαία ισχύς μηδενίζεται για πρώτη φορά. Η θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη σε χρονικό διάστημα μίας περιόδου είναι: α.  $Q = P_{MAX}t_1$  β.  $Q = 2P_{MAX}t_1$  γ.  $Q = \frac{1}{2}P_{MAX}t_1$

**B.43.** Ένα αγώγιμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης  $R$ . Για να τετραπλασιάσουμε τη μέση ισχύ στον αντιστάτη, αλλάζοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου και διατηρώντας όλα τα άλλα μεγέθη σταθερά πρέπει να μεταβάλλουμε τη γωνιακή ταχύτητα του πλαισίου κατά:

α. 100%. β. 200%. γ. -50%.

**B.44.** Δύο τετραγωνικά αγώγιμα πλαίσια  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αμελητέας αντίστασης, με μήκη πλευρών  $a_1 = a$  και  $a_2 = a$  αντίστοιχα, στρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  μέσα σε ομογενή μαγνητικά πεδία εντάσεων  $B_1$  και  $B_2$  αντίστοιχα. Οι μέγιστες μαγνητικές ροές που διέρχονται από κάθε πλαίσιο, συνδέονται με τη σχέση  $\Phi_{MAX,1} = 2\Phi_{MAX,2}$ . Στα άκρα του  $\Pi_1$  συνδέουμε αντιστάτη αντίστασης  $R_1$  και στα άκρα του  $\Pi_2$  αντιστάτη αντίστασης  $R_2$  με  $R_2 = 2R_1$ . Ο λόγος των μέσων ισχύων  $P_1/P_2$  στους δύο αντιστάτες είναι: α. 4. β. 2 γ. 8



**B.45.** Ένα αγώγιμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδο του πλαισίου και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με θερμική συσκευή που φέρει τις ενδείξεις κανονικής λειτουργίας  $P_k, V_k$ . Παρατηρούμε ότι η συσκευή υπολειτουργεί καταναλώνοντας το  $1/4$  της ισχύος κανονικής λειτουργίας της. Για να λειτουργεί η συσκευή κανονικά θα πρέπει η γωνιακή ταχύτητα του πλαισίου να γίνει:

α.  $\omega' = \omega/2$ .    β.  $\omega' = 2\omega$ .    γ.  $\omega' = 4\omega$ .

**B.46.** Συρμάτινο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης  $R_1 = R$ . Στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$ , που το πλαίσιο έχει εκτελέσει  $N_1$  στροφές, στον αντιστάτη θερμότητα  $Q_1$ . Στη συνέχεια συνδέουμε σε σειρά με τον πρώτο αντιστάτη, δεύτερο αντιστάτη αντίστασης  $R_2 = 3R$  και στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζουμε την ίδια εναλλασσόμενη τάση. Στον αντιστάτη  $R_1$  εκλύεται τώρα θερμότητα  $Q_2 = Q_1$  σε χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  μέσα στο οποίο το πλαίσιο έχει διαγράψει  $N_2$  στροφές. Ο λόγος  $N_1/N_2$  είναι ίσος με :

α. 8    β.  $1/16$     γ. 16

**B.47.** Ένα αγώγιμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδο του πλαισίου και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με έναν αντιστάτη αντίστασης  $R$ . Σε κάθε στροφή του πλαισίου, η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα στον αντιστάτη είναι  $Q$ . Αν διπλασιάσουμε τη γωνιακή ταχύτητα, τότε το ποσό της ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα στον αντιστάτη σε κάθε στροφή του πλαισίου θα είναι :

α.  $Q$ .    β.  $2Q$ .    γ.  $4Q$ .

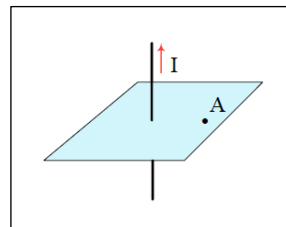
# ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΥ

ΟΠΟΥ ΧΡΕΙΑΣΤΕΙ:  $k\mu = 10^{-7} \text{ N/A}^2$

### ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Ένας ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου (απείρου) μήκους διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης  $I$  και από μια διατομή του σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 0,2 \text{ s}$  διέρχεται φορτίο  $q = 0,4 \text{ C}$ . Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο  $A$  που απέχει  $r$  από τον αγωγό είναι  $B = 10^{-5} \text{ T}$ .



α) Να σχεδιάσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο αυτό.

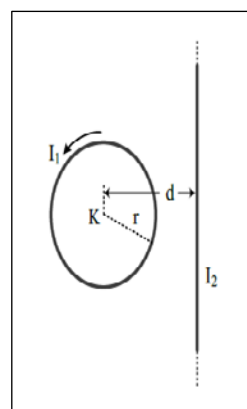
β) Να βρείτε την απόσταση  $r$  του σημείου  $A$  από τον αγωγό.

Αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος.

γ) Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο  $A$ .

δ) Να βρείτε την μεταβολή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο ίδιο σημείο  $A$ .

Γ.2. Ένας κυκλικός αγωγός ακτίνας  $r = 2\pi \text{ cm}$  και ένας ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με το κέντρο του κυκλικού αγωγού,  $K$ , να απέχει από τον ευθύγραμμο αγωγό  $d$  που είναι απόσταση μικρότερη από το μήκος της περιφέρειας του κυκλικού αγωγού. Οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα έντασης  $I_1$  και  $I_2$  αντίστοιχα, με  $I_2 = 12\pi \text{ A}$ . Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί στο κέντρο  $K$  του κυκλικού αγωγού ισούται με  $4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  και αν διακόψουμε το



ρεύμα σε οποιονδήποτε αγωγό το μέτρο της έντασης μειώνεται χωρίς να μεταβληθεί η φορά της. Ο ένας αγωγός δημιουργεί στο κέντρο του κυκλικού αγωγού,  $K$ , μαγνητικό πεδίο τριπλάσιου μέτρου από τον άλλον.

α) Να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό δικαιολογώντας την απάντησή σας.

β) Να βρείτε τις πιθανές τιμές των μέτρων των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ρευματοφόροι αγωγοί στο κέντρο του κύκλου.

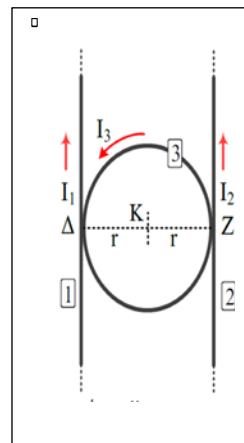
γ) Να υπολογίσετε την απόσταση  $d$  μεταξύ του κέντρου  $K$  του κυκλικού αγωγού και του ευθύγραμμου αγωγού.

δ) Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος  $I_1$ .

Γ.3. Ένας ηλεκτρικά μονωμένος κυκλικός αγωγός (3) ακτίνας  $r$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_3 = \frac{3}{\pi} \text{ A}$  και εφάπτεται στα αντιδιαμετρικά μεταξύ

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

τους σημεία Δ και Ζ με δύο ηλεκτρικά μονωμένους ευθύγραμμους αγωγούς μεγάλου μήκους. Οι τρεις αγωγοί βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι δύο ευθύγραμμοι αγωγοί διαρρέονται από ίσα ρεύματα,  $I_1 = I_2 = 2A$ , αρχικά ίδιας φοράς και το συνολικό μαγνητικό πεδίο στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού έχει ένταση μέτρου  $B = 3 \cdot 10^{-5}T$ .

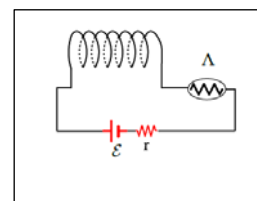


α) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των δύο ευθύγραμμων αγωγών.

β) Περιστρέφουμε τον αγωγό (2) δεξιόστροφα ως προς τον άξονα που συμπίπτει με την ευθεία ΔΖ κατά  $\pi/2$  rad, ώστε να γίνει κάθετος στο επίπεδο των άλλων δύο χωρίς να αλλάξουμε κάποιο ρεύμα (η κατεύθυνση του ρεύματος έντασης  $I_2$  γίνεται από τα μάτια του αναγνώστη προς τη σελίδα). Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ.

γ) Περιστρέφουμε τον αγωγό (2) ακόμη  $\pi/2$  rad, ώστε να επανέλθει στο αρχικό επίπεδο αλλά η φορά του ρεύματος να γίνει αντίθετη από την αρχική του, δηλαδή από πάνω προς τα κάτω. Να υπολογίσετε εκ νέου την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού.

Γ.4. Ένα σωληνοειδές με  $N_1 = 1000$  σπείρες και μήκος  $\ell_1 = 1$  m έχει αντίσταση  $R_1 = 8\Omega$ . Συνδέουμε το σωληνοειδές σε σειρά με λαμπτήρα που έχει στοιχεία κανονικής λειτουργίας «12V, 48W» και στα άκρα της συνδεσμολογίας αυτής συνδέουμε μια ηλεκτρική πηγή που έχει ΗΕΔ,  $E = 48$  V και εσωτερική αντίσταση  $r$ . Ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.



α) Να βρείτε την αντίσταση του λαμπτήρα.

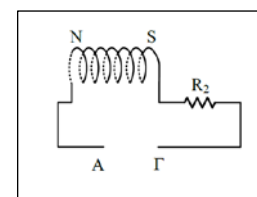
β) Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.

Κόβουμε στη μέση το σωληνοειδές και τοποθετούμε στη θέση του αρχικού το ένα από τα δύο κομμάτια που προέκυψαν.

γ) Να βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στα άκρα του νέου σωληνοειδούς.

δ) Να εξετάσετε τι θα συμβεί με την λειτουργία του λαμπτήρα.

Γ.5. Το σωληνοειδές του διπλανού κυκλώματος έχει μήκος  $\ell = 1$  m, αποτελείται από  $N = 500$  σπείρες, έχει αντίσταση  $R_1 = 3\Omega$  και είναι συνδεδεμένο σε σειρά με αντιστάτη που έχει αντίσταση  $R_2 = 2\Omega$ . Το κύκλωμα τροφοδοτείται από ηλεκτρική πηγή (δεν έχει σχεδιαστεί) που έχει ΗΕΔ  $E$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1\Omega$ . Η ένταση του



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς έχει μέτρο  $B = \pi \cdot 10^{-3} \text{ T}$ . Στο σχήμα έχει σχεδιαστεί ο βόρειος (N) και ο νότιος (S) πόλος του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το σωληνοειδές.

α) Να σχεδιάσετε την πηγή στα άκρα A και Γ του κυκλώματος.

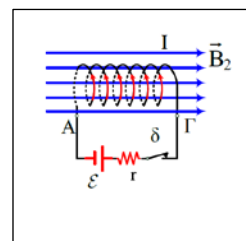
β) Να υπολογίσετε την ΗΕΔ της πηγής.

Συνδέουμε έναν αντιστάτη με αντίσταση  $R_3 = 6 \Omega$  παράλληλα στο σωληνοειδές.

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο κέντρο του σωληνοειδούς.

δ) Να υπολογίσετε τη θερμική ισχύ που αναπτύσσεται στο σωληνοειδές.

Γ.6. Το σωληνοειδές του διπλανού σχήματος έχει μήκος  $\ell = 0,4 \text{ m}$ , αποτελείται από  $N = 800$  σπείρες και βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο εξωτερικό ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}_2$ . Οι μαγνητικές γραμμές του πεδίου αυτού είναι παράλληλες στον άξονα του σωληνοειδούς και κάθετες στο επίπεδο των σπειρών. Τα άκρα A και Γ του σωληνοειδούς είναι συνδεδεμένα μέσω διακόπτη με ηλεκτρική πηγή που έχει ΗΕΔ  $E = 20 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 2 \Omega$ .



Όταν κλείσουμε τον διακόπτη η ένταση του συνολικού μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K του σωληνοειδούς

γίνεται ίση με μηδέν, ενώ αν αντιστρέψουμε την πολικότητα της ηλεκτρικής πηγής, το μέτρο της έντασης του συνολικού μαγνητικού πεδίου στο ίδιο σημείο γίνεται ίσο με  $B_K = 16\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$ .

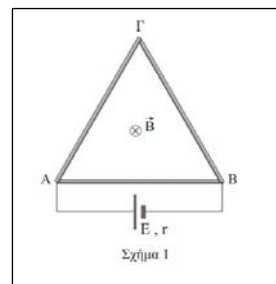
α) Να υπολογίσετε το μέτρο  $\vec{B}_2$  της έντασης του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου.

β) Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές.

γ) Να βρείτε την θερμική ισχύ που δαπανά το σωληνοειδές.

δ) Στρέφουμε το σωληνοειδές από την αρχική θέση δεξιόστροφα κατά  $120^\circ$ , γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο K, χωρίς ν' ανοίξουμε το διακόπτη. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του συνολικού μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K του σωληνοειδούς.

Γ.7. Με αγώγιμο άκαμπτο σύρμα μήκους  $0,6 \text{ m}$ , που παρουσιάζει αντίσταση  $9 \Omega$ , σχηματίζουμε ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ. Στα άκρα A και B συνδέουμε με αγωγούς αμελητέας αντίστασης, πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $E = 6 \text{ V}$  και εσωτερικής αντίστασης  $r = 1 \Omega$ . Τοποθετούμε το τρίγωνο εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B = 0,3 \text{ T}$ , με τρόπο που το επίπεδό του να είναι κάθετο στις



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

δυναμικές γραμμές του. (Σχήμα 1)

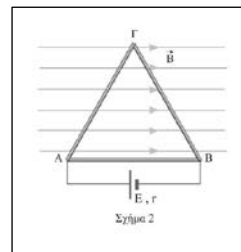
A1) Να υπολογίσετε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν κάθε πλευρά του τριγώνου.

A2) Να υπολογίσετε τη δύναμη Laplace που δέχεται κάθε πλευρά του τριγώνου, καθώς και τη συνισταμένη αυτών (διεύθυνση, φορά, μέτρο).

Στρέφουμε το μαγνητικό πεδίο κατά  $90^\circ$ , έτσι ώστε η πλευρά AB και το επίπεδο του τριγώνου να είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. (Σχήμα 2)

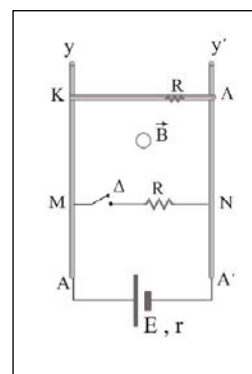
B1) Να υπολογίσετε τη συνισταμένη δύναμη Laplace που δέχεται το τρίγωνο ABΓ από το μαγνητικό πεδίο.

B2) Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης ροπής, που δέχεται το τρίγωνο ABΓ από το μαγνητικό πεδίο.



Γ.8. Στο κύκλωμα του σχήματος, οι κατακόρυφοι μεταλλικοί οδηγοί Ay και

"Ay έχουν αμελητέα αντίσταση, με τα άκρα τους A και 'A να συνδέονται με πηγή Η.Ε.Δ.  $E=12V$  και εσωτερικής αντίστασης  $r=1\Omega$ . Τα σημεία M και N είναι γεφυρωμένα με σύρμα αντίστασης  $R=2\Omega$  μέσω διακόπτη Δ, ο οποίος είναι αρχικά ανοικτός. Η ράβδος ΚΛ έχει μάζα  $m=0,1\text{ kg}$ , μήκος  $l=0,2\text{ m}$ , αντίσταση  $R=2\Omega$  και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους Ay και "Ay, επαπτόμενη διαρκώς σε αυτούς. Το επίπεδο των Ay και "Ay βρίσκεται εντός οριζόντιου ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες σε αυτό. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί.



οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες σε αυτό. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί.

A1) Να προσδιορίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

A2) Να προσδιορίσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου και να υπολογίσετε το μέτρο της έντασής του.

Κλείνουμε το διακόπτη Δ.

B1) Να προσδιορίσετε την αρχική επιτάχυνση που αποκτά η ράβδος ΚΛ (φορά και μέτρο).

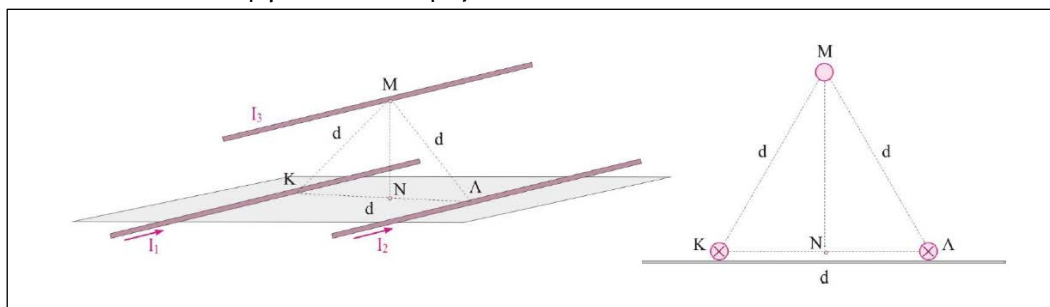
B2) Να υπολογίσετε την Η.Ε.Δ.  $E'$ , με την οποία θα έπρεπε να αντικαταστήσουμε την συνδεδεμένη πηγή, ώστε η ράβδος ΚΛ να παραμείνει ακίνητη, αν γνωρίζουμε ότι η νέα πηγή έχει εσωτερική αντίσταση  $r'=2\Omega$

Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$

Γ.9. Τρεις παράλληλοι άκαμπτοι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους, (1), (2), (3), είναι τοποθετημένοι έτσι, ώστε οι (1) και (2) να είναι ακλόνητοι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, διαρρεόμενοι από ομόρροπα ρεύματα  $I_1=200\text{ A}$  και  $I_2$ . Ο αγωγός (3) αιωρείται και ισορροπεί λόγω του βάρους του και των δυνάμεων που δέχεται από τους άλλους δύο. Η εγκάρσια τομή των τριών

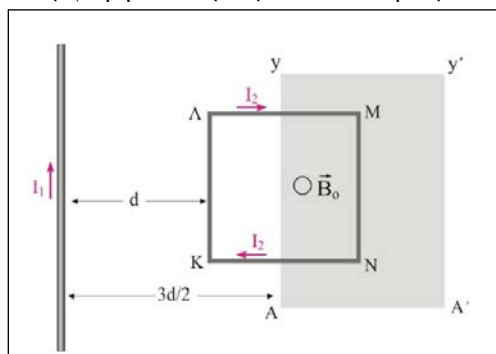
## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

αγωγών, σχηματίζει ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $d=0,1\text{m}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10\text{m/s}^2$ , η πυκνότητα του αγωγού (3) είναι  $\rho = 4 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$  και το εμβαδό διατομής του είναι  $S = \sqrt{3}\text{mm}^2$



- α) Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος  $I_2$ .
- β) Να υπολογίσετε την ένταση και τη φορά του ρεύματος  $I_3$ .
- γ) Να υπολογίσετε τη δύναμη ανά μονάδα μήκους που δέχεται ο αγωγός (1) από τους άλλους δύο.
- δ) Αν τοποθετήσουμε στο μέσο N της ΚΛ, μια μικρή μαγνητική βελόνα, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα, πώς θα προσανατολισθεί αυτή;

**Γ.10.** Στο σχήμα απεικονίζονται ένας ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης  $I_1=20\text{A}$  και σε απόσταση  $d=0.1\text{m}$  ένα τετραγωνικό πλαίσιο ΚΛΜΝ, ομοεπίπεδο με τον ευθύγραμμο αγωγό. Ο αγωγός και το πλαίσιο βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το πλαίσιο έχει πλευρά μήκους  $l=0.1\text{m}$ , μάζα  $m=0.1\text{kg}$  και διαρρέεται με ρεύμα έντασης  $I_2=10\text{A}$ , με φορά ίδια με αυτήν των δεικτών του ρολογιού. Στην περιοχή που ορίζουν οι ευθείες Αy και Α'y' υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}_0$ . Το πλαίσιο ισορροπεί λόγω των δυνάμεων που δέχεται από τον ευθύγραμμο αγωγό και το μαγνητικό πεδίο, ενώ ο ευθύγραμμος κρατιέται ακίνητος από εμάς.



Α1) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχονται οι πλευρές ΚΛ και ΜΝ από τον ευθύγραμμο αγωγό, καθώς και τη δύναμη που δέχεται ο ευθύγραμμος αγωγός από το πλαίσιο.

Α2) Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}_0$ , καθώς και το μέτρο της έντασής του. Διπλασιάζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό.

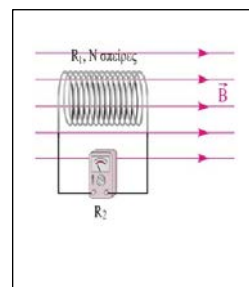
Β1) Να προσδιορίσετε προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το πλαίσιο και το μέτρο της αρχικής του επιτάχυνσης.



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

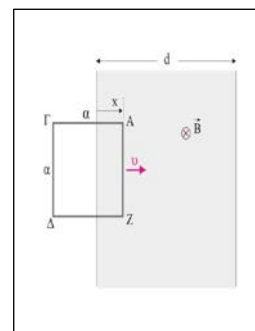
B2) Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται το πλαίσιο, τη στιγμή που εξέρχεται του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}_0$ .

Γ.11. Ένα πηνίο έχει  $N = 500$  σπείρες, αντίσταση  $R_1 = 1\Omega$  και κάθε σπείρα του έχει εμβαδόν  $S = 20\text{cm}^2$ . Το πηνίο βρίσκεται με τον άξονά του παράλληλο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 10^{-1}\text{T}$ . Συνδέουμε τις άκρες του πηνίου με αμπερόμετρο αντίστασης  $R_2 = 1\Omega$  και σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 0,05\text{s}$  διπλασιάζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου με σταθερό ρυθμό. Να υπολογίσετε:



- την μαγνητική ροή που διέρχεται αρχικά από μία σπείρα του πηνίου.
- την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου.
- την ένδειξη του αμπερομέτρου.
- το φορτίο που θα περάσει μέσα από το αμπερόμετρο.
- την ηλεκτρική ισχύ στη αντίσταση  $R_1$  του πηνίου.

Γ.12. Το οριζόντιο τετραγωνικό συρμάτινο πλαίσιο ΑΓΔΖ του σχήματος, έχει πλευρά  $a = 0,5\text{m}$  και αντίσταση σε κάθε πλευρά του  $R = 5\Omega$ . Το πλαίσιο, τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αρχίζει να εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα  $v = 0,5\text{m/s}$  σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει ένταση  $B = 2\text{T}$  και πλάτος  $d = 1\text{m}$



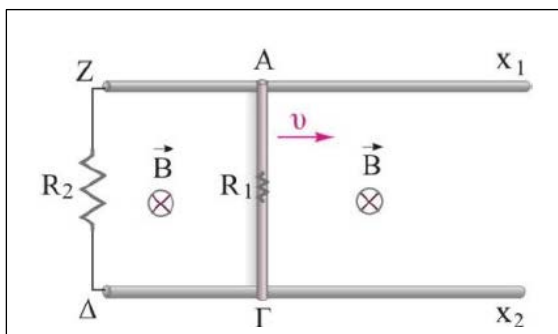
- Να γράψετε το μαθηματικό τύπο της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο και να κατασκευάσετε το διάγραμμά της σε συνάρτηση με το χρόνο, σε αριθμημένους άξονες, μέχρι τη χρονική στιγμή που το πλαίσιο εισέρχεται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο.
- Να κατασκευάσετε σε αριθμημένους άξονες το διάγραμμα της τάσης από επαγωγή που δημιουργείται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι την χρονική στιγμή που το πλαίσιο εισέρχεται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Για τη χρονική στιγμή  $t = 0,25\text{s}$  να υπολογίσετε:

- το μέτρο της συνολικής δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο και να την σχεδιάσετε.
- την ηλεκτρική ισχύ που μετατρέπεται σε θερμότητα στην αντίσταση της πλευράς ΓΔ.
- τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο πλαίσιο για να κινείται αυτό με σταθερή ταχύτητα κατά την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο.

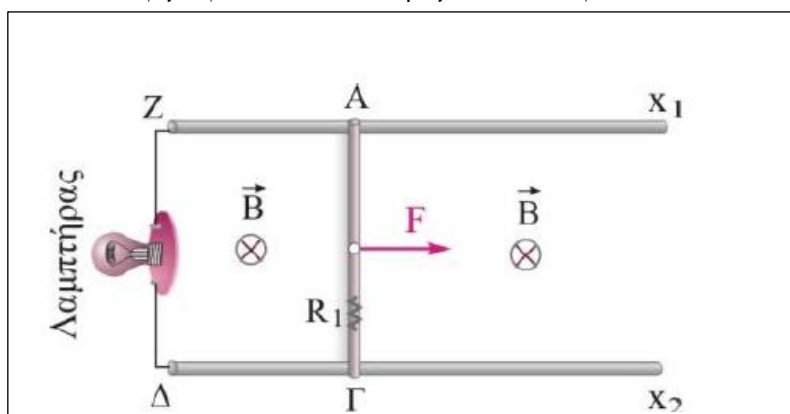
## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

**Γ.13.** Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους  $L=50\text{ cm}$ , έχει ωμική αντίσταση  $R_1=4\Omega$  και κινείται χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα  $v=5\text{ m/s}$  πάνω στους οριζόντιους αγωγίμους – αμελητέας αντίστασης – οδηγούς Ζ<sub>χ<sub>1</sub></sub> και Δ<sub>χ<sub>2</sub></sub>. Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης  $B=0,4\text{ T}$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα άκρα Ζ, Δ συνδέονται με αντίσταση  $R_2=1\Omega$ . Να υπολογίσετε:



- α) την Η.Ε.Δ. από επαγωγή που θα αναπτυχθεί στο κλειστό κύκλωμα.
- β) την εξωτερική δύναμη που ασκείται στη ράβδο και το έργο που παράγει σε χρονικό διάστημα  $\Delta t=2\text{ s}$ .
- γ) την θερμική ισχύ στην αντίσταση  $R_1$ .
- δ) την συνολική θερμική ενέργεια που θα ελευθερωθεί σε χρονικό διάστημα  $t=10\text{ sec}$ .
- ε) τη διαφορά δυναμικού  $V_{Z\Delta}$ .

**Γ.14.** Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μάζας  $m=2\text{ kg}$ , μήκους  $L=0,5\text{ m}$ , έχει ωμική αντίσταση  $R_1=0,5\ \Omega$  και βρίσκεται πάνω στους λείους οριζόντιους αγωγίμους – αμελητέας αντίστασης – οδηγούς Ζ<sub>χ<sub>1</sub></sub> και Δ<sub>χ<sub>2</sub></sub>. Τα άκρα Δ, Ζ συνδέονται με λαμπτήρα που έχει στοιχεία κανονικής λειτουργίας  $6\text{ W}/3\text{ V}$ . Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης  $B=2\text{ T}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή ασκείται στην αρχικά ακίνητη ράβδο σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=2\text{ N}$ , προς τα δεξιά.



- α) Να προσδιορίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει η ράβδος.
- β) Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα  $v_{\text{ορ}}$ , με την οποία κινείται τελικά η ράβδος.
- γ) Να ελέγξετε αν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά, μετά τη σταθεροποίηση της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος.
- δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό κατανάλωσης ενέργειας από τη δύναμη Laplace και το ρυθμό κατανάλωσης ενέργειας από τις αντιστάσεις τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα της ράβδου είναι ίση με το ένα τέταρτο της  $v_{\text{ορ}}$ .

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

### ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ

**Γ.15.** Τετραγωνικό αγώγιμο πλαίσιο πλευράς  $a=0.1\text{m}$ , έχει  $N=100$  σπείρες αμελητέας αντίστασης και στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega=200\text{rad/s}$  μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=1\text{T}$ , γύρω από άξονα που περνά από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τη στιγμή  $t=0$  το πλαίσιο είναι κάθετο στις γραμμές του πεδίου.

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που δημιουργείται στα άκρα του πλαισίου και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση τάσης-χρόνου για το χρονικό διάστημα δύο περιόδων, δηλαδή από 0 έως  $2T$ .

β) Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης  $R=100\Omega$

β1) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη σε χρονικό διάστημα  $\Delta t=4\text{s}$ .

β2) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος που απορροφά ο αντιστάτης και να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

γ) Κόβουμε τον αντιστάτη στη μέση και τα δύο κομμάτια τα συνδέουμε παράλληλα μεταξύ τους, εφαρμόζοντας στα άκρα του συστήματός τους την αρχική εναλλασσόμενη τάση. Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στο κύκλωμα σε χρονικό διάστημα  $\Delta t'=2\text{s}$

**Γ.16.** Δύο αντιστάτες αντιστάσεων  $R_1=10\Omega$ ,  $R_2=30\Omega$  αντίστοιχα, συνδέονται σε σειρά και στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση που περιγράφεται από τη συνάρτηση  $v = 200\sqrt{2}\eta\mu(100\pi t) \text{ S.I}$

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος, καθώς και τις χρονικές εξισώσεις της τάσης στα άκρα κάθε αντιστάτη ξεχωριστά.

β) Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που απορροφά το κύκλωμα.

γ) Να βρείτε το λόγο των θερμότητων που εκλύονται στους δύο αντιστάτες, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

δ) Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ που απορροφά το κύκλωμα τις χρονικές στιγμές στις οποίες η ένταση του ρεύματος γίνεται ίση με την ενεργό της τιμή.

**Γ.17.** Στα άκρα αντιστάτη αντίστασης  $R=100\Omega$  εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση  $v = V\eta\mu\omega t$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 7T/6$  η ένταση του ρεύματος είναι ίση με  $i = \sqrt{3}\text{A}$ .

α) Να βρείτε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.

β) Υπολογίστε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη σε χρονικό διάστημα  $1 \text{ min}$

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

γ) Υπολογίστε τη φάση της εναλλασσόμενης τάσης τη χρονική στιγμή που η στιγμιαία ισχύς του ρεύματος γίνεται ίση με το 50% της μέγιστης τιμής της για πρώτη φορά.

δ) Η τάση που τροφοδοτεί τον αντιστάτη παράγεται από αγωγίμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης που στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Διπλασιάζουμε ταυτόχρονα την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου και τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) μεταβάλλεται η ενεργός τάση στα άκρα του αντιστάτη.

**Γ.18.** Στα άκρα ενός αντιστάτη αντίστασης  $R$  εφαρμόζεται η εναλλασσόμενη τάση  $v = V\eta\mu 100\pi t$ . Ο μέσος ρυθμός έκλυσης θερμότητας στον αντιστάτη είναι  $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 10^3 W$  και η τιμή της τάσης τη χρονική στιγμή  $t = \frac{25T}{12}$  είναι  $v = 100\sqrt{2}V$ .

α) Να υπολογίστε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης και την τιμή της αντίστασης  $R$ .

β) Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Να βρείτε τη συνάρτηση που περιγράφει τη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

δ) Να βρείτε ποιες χρονικές στιγμές μέσα στην πρώτη περίοδο η στιγμιαία ισχύς ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της.

**Γ.19.** Με σύρμα μήκους  $L=16m$  αμελητέας αντίστασης κατασκευάζουμε πλαίσιο με  $N=10$  σπείρες. Κάθε σπείρα έχει σχήμα τετραγώνου πλευράς  $a$ . Το πλαίσιο στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = \sqrt{2} T$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 100 rad/s$ , γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Την αρμονικά εναλλασσόμενη τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου την εφαρμόζουμε σε θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας  $\ll 120V 100W \gg$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0s$  το πλαίσιο είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο.

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που περνά από κάθε σπείρα του πλαισίου και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση μαγνητικής ροής-χρόνου σε αριθμημένους άξονες.

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Να εξετάστε αν η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Αν όχι, να υπολογίστε την αντίσταση  $R_x$  του αντιστάτη που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη συσκευή, για να λειτουργήσει κανονικά.

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

δ) Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά, χωρίς την προσθήκη της  $R_x$ .

**Γ.20.** Θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας  $\ll 400W, 160 V \gg$ , συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη αντίστασης  $R=16\Omega$ . Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση  $v = V\eta\mu\omega t$  και η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Η τάση εκτελεί 6000 πλήρεις εναλλαγές σε χρονικό διάστημα 2 min.

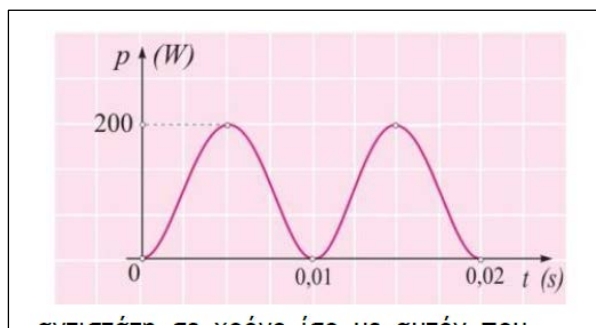
α) Να βρείτε την ενεργό ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη θερμική συσκευή και την αντίστασή της,  $R_x$ .

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Να βρείτε το ρυθμό έκλυσης θερμότητας στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t=11/600s$ .

δ) Η εναλλασσόμενη τάση παράγεται από αγωγίμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης, που στρέφεται κατάλληλα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ . Αφαιρούμε τον αντιστάτη από το κύκλωμα. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

**Γ.21.** Ένας αντιστάτης αντίστασης  $R=200\Omega$  τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση  $v = V\eta\mu\omega t$ . Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της στιγμιαίας ισχύος στον αντιστάτη σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.

β) Υπολογίστε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη

σε χρόνο ίσο με αυτόν που χρειάζεται η τάση για να ολοκληρώσει 500 πλήρεις εναλλαγές.

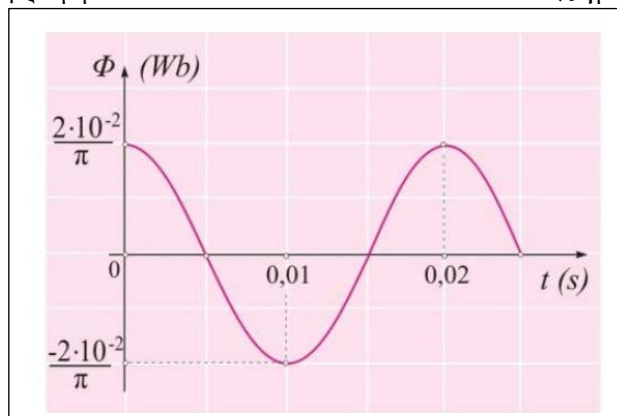
γ) Ποια χρονική στιγμή η στιγμιαία ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με τη μέση ισχύ για πρώτη φορά;

δ) Αντικαθιστούμε τον αντιστάτη με δύο άλλους αντίστασης  $100\Omega$  ο καθένας, τους οποίους συνδέουμε παράλληλα μεταξύ τους και στη συνέχεια στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζουμε την ίδια εναλλασσόμενη τάση. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) μεταβάλλεται η μέση ισχύς στο κύκλωμα.



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

Γ.22. Ένα συρμάτινο πλαίσιο σχήματος τετραγώνου πλευράς  $a=0,1\text{m}$ , αμελητέας αντίστασης, έχει  $N=100$  σπείρες και στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ , με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από άξονα που περνά από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του πλαισίου και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Στο διπλανό σχήμα παριστάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πλαισίου σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να βρείτε την ένταση  $B$  του μαγνητικού πεδίου.

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που δημιουργείται στα άκρα του πλαισίου.

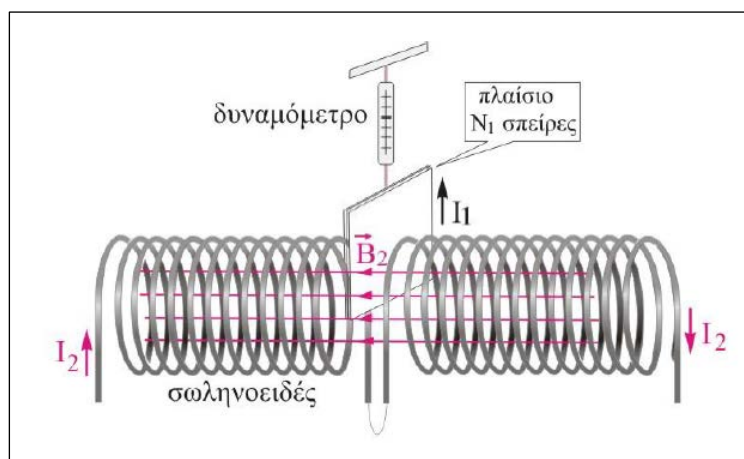
γ) Να βρείτε για πόσο χρονικό διάστημα σε κάθε περίοδο η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας τάσης είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ενεργό τάση.

δ) Συνδέουμε τα άκρα του πλαισίου με αντιστάτη αντίστασης  $R=10\Omega$ . Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη, στο χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο το πλαίσιο εκτελεί 200 στροφές.

### ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. Το σωληνοειδές του σχήματος διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_2=10\text{A}$  και έχει 1000 σπείρες/m. Ένα τετραγωνικό κατακόρυφο πλαίσιο μάζας  $m$ , πλευράς μήκους  $0,05\text{m}$ , με 100 σπείρες που διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_1$ , εξαρτάται από δυναμόμετρο και τοποθετείται στο μέσο του σωληνοειδούς, έτσι ώστε η κάτω οριζόντια πλευρά του, να βρίσκεται εντός του

μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς και κάθετα προς τον οριζόντιο άξονά του, ενώ η πάνω πλευρά του βρίσκεται εκτός του πεδίου. Στη θέση αυτή, το δυναμόμετρο δείχνει  $2\text{N}$ .



Αντιστρέφουμε τη

φορά του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο, οπότε η ένδειξη του δυναμόμετρου γίνεται  $6\text{N}$ . Να υπολογίσετε:

α) την ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς, στο μέσο του και στα άκρα του.



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

β) τη μάζα  $m$  του πλαισίου.

γ) την ένταση του ρεύματος  $I_1$ .

δ) τις δυνατές ενδείξεις του δυναμόμετρου, αν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το

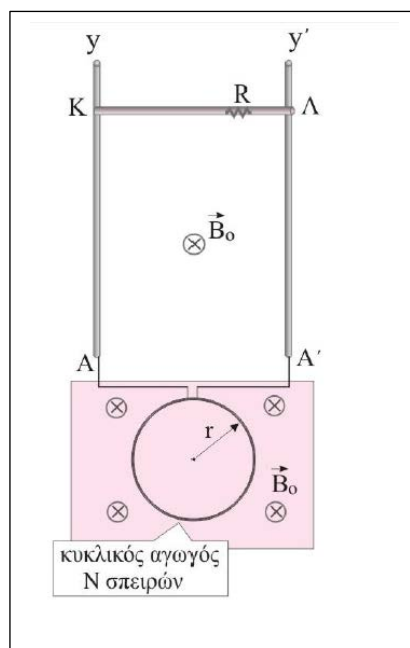
πλαίσιο γίνει  $I_1=25/\pi$  A.

ε) την ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει το πλαίσιο, ώστε το δυναμόμετρο να δείχνει μηδέν.

Δίνονται  $K_\mu$ ,  $g$  και ότι στο μέσον του σωληνοειδούς το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές σε όλη την έκταση μιας εγκάρσιας διατομής του.

**Δ.2.** Στο σχήμα δείχνονται δύο κατακόρυφοι μεταλλικοί οδηγοί Ay και A'y', και ένας αγωγός ΚΛ μήκους  $l=0,5\text{m}$ , μάζας  $m=0,01\text{ kg}$ , αντίστασης  $R=1\Omega$ , που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους κατακόρυφους οδηγούς επαφόμενος διαρκώς σε αυτούς. Τα άκρα A και A' των μεταλλικών οδηγών είναι συνδεδεμένα με κυκλικό πλαίσιο που έχει  $N=100$  σπείρες, ακτίνας  $r=2\text{m}$  και αντίστασης ανά μονάδα μήκους  $R^*=0,03\Omega/\text{m}$ . Στο χώρο των κατακόρυφων οδηγών καθώς και στο χώρο του κυκλικού αγωγού υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}_0$ , καθέτο στο επίπεδό τους.

Αρχικά κρατάμε τον αγωγό ΚΛ ακίνητο. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  αρχίζουμε να μειώνουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου μόνο στην περιοχή του κυκλικού αγωγού με σταθερό ρυθμό μέτρου,  $dB/dt=\lambda$ , μέχρι να μηδενιστεί, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο τον αγωγό ΚΛ. Παρατηρούμε ότι ο αγωγός ΚΛ εξακολουθεί να ισορροπεί σε όλη τη χρονική διάρκεια μείωσης του μαγνητικού πεδίου και όταν αυτό μηδενιστεί ο αγωγός αρχίζει να κινείται.



α) Να προσδιορίσετε τη φορά και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ΚΛ όταν αυτός ισορροπεί.

β) Να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό.

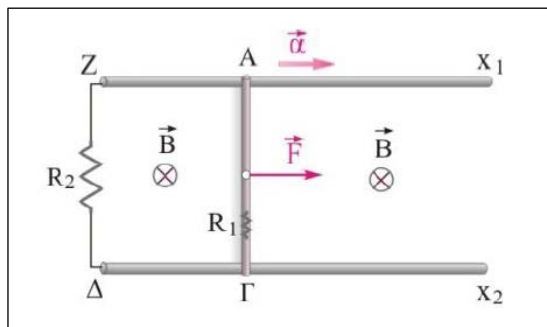
γ) Να βρείτε το ρυθμό μείωσης του μαγνητικού πεδίου,  $\lambda$ , στην περιοχή του κυκλικού αγωγού.

δ) Να υπολογίσετε την σταθερή ταχύτητα που αποκτά τελικά ο αγωγός ΚΛ.

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

Δίνεται  $g$  και ότι η Η.Ε.Δ. που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό εξαιτίας της μεταβολής της έντασης του ρεύματος σε αυτό είναι αμελητέα.

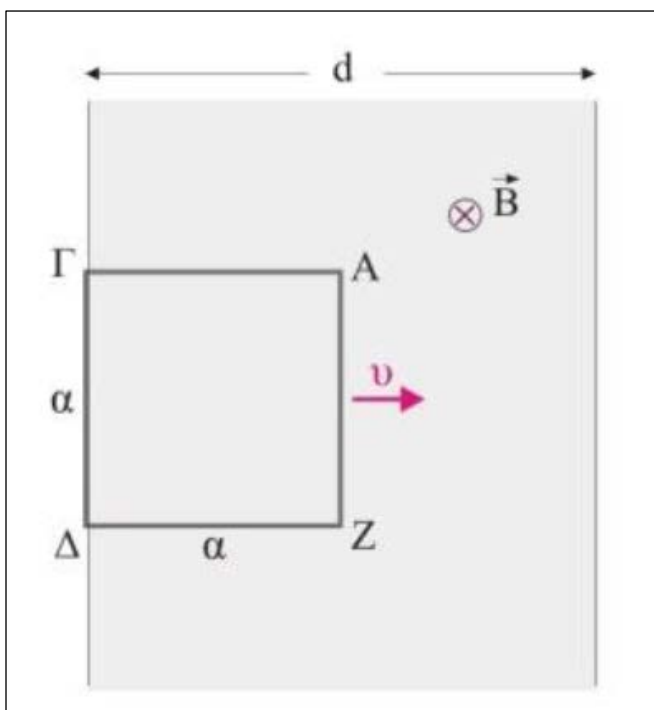
**Δ.3.** Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους  $L=0,5\text{ m}$ , μάζας  $m=1\text{ kg}$ , έχει ωμική αντίσταση  $R_1=2\Omega$  και είναι ακίνητη πάνω στους οριζόντιους αγωγίσιμους – αμελητέας αντίστασης – οδηγούς ΖΧ<sub>1</sub> και ΔΧ<sub>2</sub>. Στο χώρο υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα άκρα Ζ, Δ συνδέονται με αντίσταση  $R_2=3\Omega$ . Ασκώντας κατάλληλη εξωτερική δύναμη  $F$ , τη χρονική στιγμή  $t=0$ , η ράβδος αρχίζει να κινείται χωρίς τριβές, με σταθερή επιτάχυνση  $a=2\text{ m/s}^2$ , προς τα δεξιά. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση  $R_2$  τη χρονική στιγμή  $t_1=10\text{ s}$  είναι  $I_1=1\text{ A}$ .



Να υπολογίσετε:

- την ένταση  $B$  του ομογενούς μαγνητικού πεδίου.
- τη σχέση της εξωτερικής δύναμη  $F$  σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά για το χρονικό διάστημα από  $0\text{ s}$  έως  $10\text{ s}$ .
- τη θερμική ισχύ στην αντίσταση  $R_2$  τη χρονική στιγμή  $t_1=10\text{ s}$ .
- το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή  $t_1=10\text{ s}$ .

**Δ.4.** Το οριζόντιο τετραγωνικό συρματίνο πλαίσιο ΑΓΔΖ του σχήματος, έχει πλευρά  $a=0,5\text{ m}$  και αντίσταση σε κάθε πλευρά του  $R=5\Omega$ . Το πλαίσιο, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , βρίσκεται στη θέση του σχήματος κινούμενο με σταθερή ταχύτητα  $v=0,5\text{ m/s}$  μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει ένταση  $B=2\text{ T}$  και πλάτος  $d=1\text{ m}$ .



- Να γράψετε τους μαθηματικούς τύπους της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο και να κατασκευάσετε το διάγραμμα της σε συνάρτηση με το χρόνο, σε αριθμημένους άξονες,

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

---

μέχρι τη χρονική στιγμή που το πλαίσιο εξέρχεται ολόκληρο από το μαγνητικό πεδίο.

β) Να κατασκευάσετε σε αριθμημένους άξονες το διάγραμμα της τάσης από επαγωγή που δημιουργείται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι την χρονική στιγμή που το πλαίσιο εξέρχεται ολόκληρο από το μαγνητικό πεδίο.

Για τη χρονική στιγμή  $t=1,25$  s να υπολογίσετε:

γ) το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο και να τη σχεδιάσετε.

δ) την ηλεκτρική ισχύ που μετατρέπεται σε θερμότητα στην αντίσταση της πλευράς AZ.

ε) τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο πλαίσιο για να εξέρχεται αυτό με σταθερή ταχύτητα από το μαγνητικό πεδίο.