ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΠΑ.Λ.

8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία

Α2. **α) Λ** **β) Σ** **γ) Σ**

Α3. **α)** $\left(x^p\right)' = p \cdot x^{p-1}$

β) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

γ) $\overline{x} = \dfrac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \ldots + w_\nu \cdot x_\nu}{\nu}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Είναι $\dfrac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \dfrac{(x-1)(x+2)}{x-1} = x + 2$

Άρα $\kappa = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1}(x+2) = 1 + 2 = 3$.

Β2. Για κ =3 οι βαθμοί του φοιτητή έχουν τις τιμές:
4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4, οπότε η μέση τιμή είναι:

$$\overline{x} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

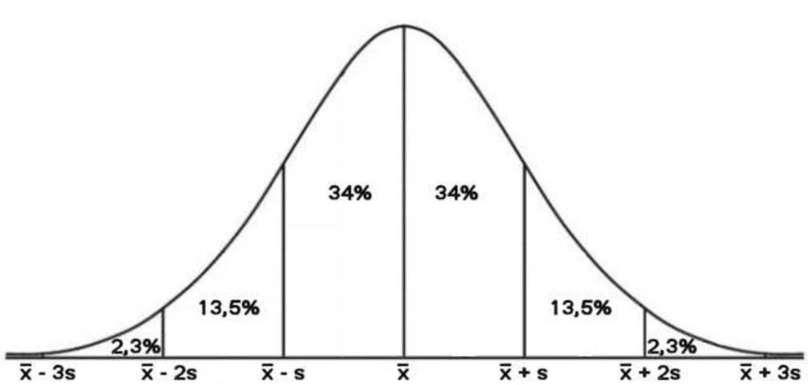
Β3.

$$s^2 = \frac{1}{10}\left[\left(3-5\right)^2 + 3\left(4-5\right)^2 + 2\left(5-5\right)^2 + 3\left(6-5\right)^2 + \left(7-5\right)^2\right] =$$

$$\frac{1}{10}\left[4+3+3+4\right] = \frac{14}{10} = 1,4.$$

Β4. $CV = \dfrac{s}{\overline{x}} = \dfrac{\sqrt{1,4}}{5} = \dfrac{1,18}{5} = 0,236.$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Επειδή το 50% των εργαζομένων αντιστοιχεί στη μέση τιμή $\bar{x}$ προκύπτει ότι $\bar{x} = 40$.

Γ2. Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα,
είναι: $\bar{x} - s = 35$
και επειδή $\bar{x} = 40$
έχουμε $40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$.

Γ3. Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα οι εργαζόμενοι που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών αντιστοιχούν σε ποσοστό 16% του πλήθους των εργαζομένων οπότε θα είναι

$$\frac{16 \cdot 400}{100} = 64 \text{ εργαζόμενοι}$$

Γ4. Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα οι εργαζόμενοι που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 30 και μικρότερη των 45 ετών, αντιστοιχεί σε ποσοστό 81,5%, οπότε θα είναι:

$$\frac{81,5 \cdot 400}{100} = 326 \text{ εργαζόμενοι}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $f'(x) = -\frac{1}{3}\left(x^3\right)' + 2\left(x^2\right)' - 3(x)' + (1)' =$

$$= -\frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2 \cdot 2x - 3 = -x^2 + 4x - 3$$

$$= -(x^2 - 4x + 3) = -(x-1)(x-3).$$

Προκύπτει έτσι ο επόμενος πίνακας μεταβολής:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	τ.ελ.	$\nearrow$	τ.μεγ.	$\searrow$	

Δηλαδή η f είναι γνησίως φθίνουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, 3]$.

Δ2. Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x = 1$ με τιμή $f(1) = -\frac{1}{3}$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x = 3$ με τιμή $f(3) = 1$.

Δ3. Το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης είναι παράλληλη με την ευθεία $y = x + 2017$ προκύπτει από τη λύση της εξίσωσης

$$f'(x) = 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\left(x^2 - 4x + 4\right) = 0 \Leftrightarrow -\left(x - 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Δ4. Για τη δεύτερη παράγωγο της f είναι

$$f''(x) = \left(-x^2 + 4x - 3\right)' = \left(-x^2\right)' + \left(4x\right)' + (3)' = -2x + 4.$$

Μεταξύ των τετμημένων x και των τεταγμένων y υφίσταται η σχέση

$$y = f''(x) \Leftrightarrow y = -2x + 4.$$

Έτσι για τις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις ισχύει

$$s_y = |-2| s_x \Leftrightarrow s_y = 2 \cdot 3 \Leftrightarrow s_y = 6.$$