

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΠΑ.Λ.

8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = (x)' = 1$ για κάθε x στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 8

- A2.** **a.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (μον. 3) **b.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (μον. 4)

Μονάδες 7

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- a.** Ισχύει $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}, x \in \mathbb{R} - \{0\}$.
b. Ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.
γ. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.
δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν α_i συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα v_i , τότε $a_i = \frac{v_i}{v} \cdot 360^\circ$ για $i = 1, 2, \dots, \kappa$ και v το μέγεθος του δείγματος.
ε. Άν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(l) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(l) = l_2$, όπου l_1, l_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = l_1l_2$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι τιμές ενός δείγματος είναι $11, 7, \kappa, 13, 11, 10$ όπου $\kappa > 0$. Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι $CV = 20\%$ και η διακύμανσή του είναι $s^2 = 4$.

- B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} του παραπάνω δείγματος.

Μονάδες 5

B2. Αν $\bar{x} = 10$, να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού κ .

B3. Αν $\kappa = 8$, να υπολογίσετε τη διάμεσο (δ) (μον. 4) και το εύρος (R) (μον. 2) του παραπάνω δείγματος.

B4. Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων τιμών είναι ομοιογενές (μον. 5) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (μον. 2).

Μονάδες 7

Μονάδες 6

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}, x \in \mathbb{R}.$$

Γ1. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$.

Μονάδες 3

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 5) και να δείξετε ότι $f(x) \geq 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (μον. 6).

Μονάδες 11

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ϵ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(5, f(5))$.

Μονάδες 6

Γ4. Αν A, B είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης ϵ με τους άξονες x' x και y' y αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A (μον. 3) και B (μον. 2).

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x, \text{ όπου } \lambda \in \mathbb{R} \text{ σταθερά.}$$

Δ1. Για $\lambda = 3$ να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 4) και να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{3}{8}\right)$ και $f\left(\frac{5}{6}\right)$ (μον. 3).

Μονάδες 7

Δ2. Για $\lambda = 3$ να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{(\sqrt{x} - 1) \cdot (x^2 - x)}.$$

Μονάδες 7

Δ3. Για $\lambda = 3$ να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του λ για την οποία η συνάρτηση f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Μονάδες 5