

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)  
17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021  
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $x$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

Τι ονομάζεται (απόλυτη) συχνότητα  $v_i$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ , όπου  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 4**

**A2.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x) = c$ , όπου  $x, c \in \mathbb{R}$  και  $c$  σταθερά, είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή  $f'(x) = (c)' = 0$ .

**Μονάδες 6**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Οι διακριτές μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών  $(\alpha, \beta)$ .

**β.** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

**γ.** Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) > f(x_2)$ .

**Μονάδες 6**

**A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

**α.**  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots\dots\dots$ , με  $x \neq 0$ .

**β.**  $(x^n)' = \dots\dots\dots$ , όπου  $n$  φυσικός αριθμός.

**γ.**  $(c \cdot f(x))' = \dots\dots\dots$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$  και  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνάρτηση παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - ax + 2$ , όπου  $a \in \mathbb{R}$  σταθερά και  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σημείο με τεταγμένη ίση με 1, να βρείτε την τιμή του  $a$ . **Μονάδες 5**

**B2.** Για  $a = 3$ , να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1}$$

**Μονάδες 5**

**B3.** Για  $a = 3$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

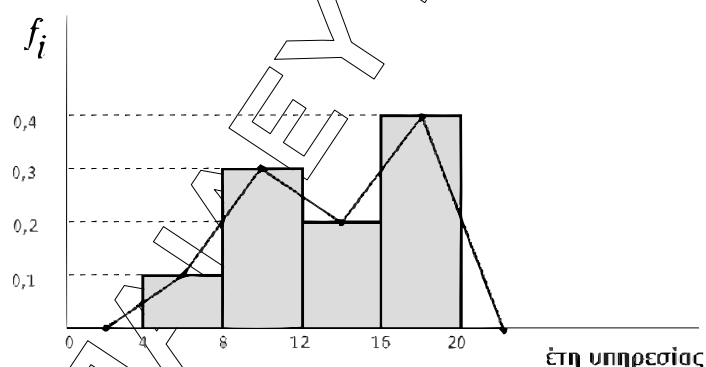
**Μονάδες 7**

**B4.** Για  $a = 3$ , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(0, f(0))$ .

**Μονάδες 8**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων  $f_i$  που αφορούν τα έτη υπηρεσίας 50 εκπαιδευτικών.



**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα,

Έτη υπηρεσίας [ , )	Κεντρική τιμή $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$	$a_i$
[4,8)		5		$36^\circ$
[8,12)				
[12,16)	14			
[16,20)		20		$144^\circ$
Σύνολο		50		$360^\circ$

όπου  $a_i$  το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

**Μονάδες 12**

- Γ2.** Πόσοι εκπαιδευτικοί έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας; **Μονάδες 5**
- Γ3.** Να βρείτε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη. **Μονάδες 5**
- Γ4.** Πόσο είναι το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα; **Μονάδες 3**

### ΘΕΜΑ Δ

Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου έχει μήκος  $x$  μέτρα (m), πλάτος  $y$  μέτρα (m) και περίμετρο 80m.

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του  $x$ , δίνεται από τον τύπο  $E(x) = -x^2 + 40x$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $E(x)$ . **Μονάδες 10**
- Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $E(x)$  ως προς τη μονοτονία της. **Μονάδες 6**
- Δ3.** Για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο και ποια είναι η μέγιστη τιμή του; **Μονάδες 4**
- Δ4.** Δύο οικόπεδα  $A$  και  $B$  σχήματος ορθογωνίου με περίμετρο 80m το καθένα έχουν μήκη  $x_A = 29,5\text{m}$  και  $x_B = 34,2\text{m}$ , αντίστοιχα. Να απαντήσετε αιτιολογημένα ποιο από τα δύο οικόπεδα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν. **Μονάδες 5**